

الرياضيات للصف التاسع (الشهادة الإعدادية) (المهندس خالد هندسة معلوماتية بجامعة دمشق)
بسم الله الرحمن الرحيم
قال تعالى "وقل رب زدني علماً"

السؤال الأول:

إذا كان لدينا خزانة و لها 3 مفاتيح مرقمة 1 و 2 و 3 و كان هناك كلمة مرور (حماية) لهذا الخزانة ما هو عدد الاحتمالات الممكنة لمعرفة كلمة الحماية في الحالتين التاليين:

- كلمة الحماية مؤلفة من رمزين (مفتاحين) فقط.
- كلمة الحماية مؤلفة من ثلاثة رموز.

أيهما أفضل و لماذا؟

الحل:

بما أنه لدينا رمزين و لدينا ثلاث مفاتيح \leftarrow عدد الاحتمالات الممكنة لمعرفة كلمة لحماية = $3^2 = 9$ احتمالات. وبشكل مشابه للطلب الأول هنا لدينا 3 رموز و 3 مفاتيح \leftarrow $3^3 = 27$ احتمال. طبعاً كلمة المرور الثانية أفضل لأنها تستغرق وقت أكبر لكشفها.

السؤال الثاني:

عدنان مجموعهما 23 و مجموع مربعيهما 277 أوجد هذين العددين.

الحل:

طريقة أولى: نفرض أن العدد الأول س فيكون الثاني 23 - س

$$277 = (س - 23) + س^2$$

$$0 = 277 - س^2 + 46س - 529$$

$$0 = 252 + س - 46س^2$$

$$0 = 126 + س - 23س^2$$

$$0 = (س - 9) (س - 14)$$

إما س=14 \leftarrow س=14 و هو العدد الأول فيكون الثاني 9=14-23 و هو العدد الثاني.

أو إما س=9 \leftarrow س=9 و العدد الأول فيكون الثاني 14=9-23 و هو العدد الثاني.

للتأكد من صحة الحل: لدينا 23=9+14 و لدينا $9^2 + 14^2 = 81 + 196 = 277$.

طريقة ثانية للحل:

نفرض العدد الأول س و نفرض العدد الثاني ع فيكون لدينا:

$$س + ع = 23 \quad (1)$$

$$س^2 + ع^2 = 277 \quad (2)$$

لدينا جملة معادلتين.

من (1) لدينا س=23-ع (3) نعوض (3) في (2) فيكون:

$$277 = (س - 23) + ع^2$$

$$277 = ع^2 + 46ع - 529$$

$$0 = 277 - 529 + 46ع - ع^2$$

$$0 = 252 + 46ع - ع^2$$

$$0 = 126 + 23ع - ع^2$$

السؤال الثالث:

ملعب لكرة القدم مستطيل الشكل مساحته 42 م² و محيطه 26 م احسب بعديه (المقصود ببعديه طول المستطيل و عرضه).

الحل:

نفرض أن طول المستطيل س و عرضه ع فيكون لدينا:

$$س \times ع = 42$$

$$26 = (س + ع) \leftarrow س + ع = 13 \leftarrow س - 13 = ع \text{ نعوض فيكون لدينا:}$$

$$42 = ع \times (ع - 13)$$

$$0 = 42 - ع^2 + 13ع$$

$$0 = 42 + 13ع - ع^2$$

$$\Delta = 13^2 - 4(1) = 169 - 4 = 165 \text{ ومنه يكون لدينا:}$$

$$1 = \sqrt{1} = \sqrt{\Delta}$$

ع₁ = $\frac{\sqrt{\Delta}+b-}{2\rho} = \frac{1+13+}{2} = \frac{14}{2} = 7$ و هو عرض المستطيل فيكون طوله س = 13 - 7 = 6 و هذا الحل مرفوض لأن طول المستطيل يجب أن يكون أكبر من عرضه.

ع₂ = $\frac{\sqrt{\Delta}-b-}{2\rho} = \frac{1-13+}{2} = \frac{12}{2} = 6$ و هو عرض المستطيل فيكون طوله س = 13 - 6 = 7 م و هو المطلوب.
للتأكد م₇ × 6 = 42 م² و محيطه = 2 × 13 = 26 م

السؤال الرابع:

ملعب لكرة القدم مستطيل الشكل مساحته 50 م² و محيطه 30 م احسب بعديه.
الجواب: الطول = 10 م و العرض = 5 م (تُحل هذه المسألة على نفس سياق المسألة السابقة).

السؤال الخامس:

عدد طبيعي مكون من رقمين رقم عشراته يزيد على رقم أحاده بمقدار 2 فإذا علمت أن هذا العدد يساوي 4 أمثال مربع أحاده فأوجد هذا العدد.
الحل:

نفرض أن رقم الأحاد س فيكون رقم العشرات س+2
العدد = س + 10(س+2) = س + 10س + 20 = 11س + 20 ومنه يكون لدينا:

$$11س + 20 = 4س^2$$

$$4س^2 - 11س - 20 = 0$$

$$\Delta = (-11)^2 - 4(4)(-20) = 121 + 320 = 441$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{441} = 21$$

$$س_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{-11 - 21}{2(4)} = \frac{-32}{8} = -4$$

س₂ = $\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{-11 + 21}{2(4)} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$ وهو رقم الأحاد فيكون العشرات س + 2 = 4 + 2 = 6 فيكون العدد هو 64 = 4 × 10 + 4 و هو المطلوب.

السؤال السادس:

أوجد في مجموع الأعداد الحقيقية ح حل مجموعة المعادلتين :

$$س - ع = 2 \quad (1)$$

$$س^2 + ع^2 = 34 \quad (2)$$

الحل:

من (1) لدينا: س = 2 + ع (3) نعوض في (2) فيكون:

$$34 = (ع+2)^2 + ع^2$$

$$34 = ع^2 + 4ع + 4 + ع^2$$

$$0 = 30 - 4ع + 2ع^2$$

$$ع^2 - 2ع + 15 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(15) = 4 - 60 = -56$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{56} = 8$$

$$ع_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{2 + 8}{2(1)} = \frac{10}{2} = 5$$

إذا س = 5 و ع = 3 و هو حل مقبول.

$$ع_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2\rho} = \frac{2 - 8}{2(1)} = \frac{-6}{2} = -3$$

إذا س = -3 و ع = -5 و هو حل مقبول أيضاً.

السؤال السابع:

يزيد عمر أب على 7 أمثال عمر ابنه بمقدار 5 سنوات و العدد الدال على مجموع مربعي عمريهما يزيد على 8 أمثال العدد الدال على جداء عمريهما بمقدار 25. أوجد عمر الأب و الابن.

الحل:

نفرض أن عمر الأب س و عمر الابن ع

$$س = 7ع + 5 \quad (1)$$

$$س^2 + ع^2 = 8س + 25 \quad (2)$$

نعوض (1) في (2) فيكون لدينا:

$$\begin{aligned} 25 - (5 + 7) + 8 = 0 \\ 49 + 25 + 70 + 25 - 56 - 40 - 25 = 0 \\ 6 - 30 + 30 = 0 \\ 6 - 30 = 0 \\ 5 - 5 = 0 \\ 0 = (5 - 5) \end{aligned}$$

إما $0 = 5 - 5$ و هو عمر الابن و هذا حل مرفوض لأن الأعمار يجب أن تكون أعداد صحيحة أكبر من الصفر.
أو إما $0 = 5 - 5$ و منه $5 = 5$ و هو عمر الابن فيكون عمر الأب $5 + 7 = 12$ سنة.
و هو المطلوب.

السؤال الثامن:

متوازي مستطيلات قاعدته مستطيل العدد الدال على طوله s و على عرضه e و مساحته الجانبية 40 م² فإذا علمت أن ارتفاعه 4 م و أن حجمه 24 م³ فاحسب العددين s ، e .

الحل:

المساحة الجانبية للمتوازي = محيط المستطيل \times الارتفاع

$$4 \times (e + s) = 40$$

$$40 = (e + s) \times 4$$

$$10 = e + s \quad (1)$$

حجم المتوازي = مساحة القاعدة \times الارتفاع

$$24 = 4 \times e \times s$$

$$6 = e \times s \quad (2)$$

من (1) لدينا $s = 10 - e$ (3)

نعوض (3) في (2) فيكون لدينا:

$$6 = e \times (10 - e)$$

$$0 = 6 + e^2 - 10e$$

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 100 - 24 = 76$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$$

$$e = \frac{-(-10) \pm \sqrt{76}}{2 \times 1} = \frac{10 \pm 2\sqrt{19}}{2} = 5 \pm \sqrt{19}$$

أو إما

$$e = \frac{-(-10) \pm \sqrt{76}}{2 \times 1} = \frac{10 \pm 2\sqrt{19}}{2} = 5 \pm \sqrt{19}$$

أن يكون أكبر من عرضه.

السؤال التاسع:

أوجد عددين صحيحين مجموعهما 17 و مجموع مربعيهما يزيد 109 على جداء هذين العددين.

الحل:

نفرض أن العدد الأول s و العدد الثاني e فيكون لدينا:

$$s + e = 17 \quad (1)$$

$$s^2 + e^2 = 109 + se \quad (2)$$

$$\text{من (1) لدينا: } e = 17 - s \quad (3)$$

نعوض (3) في (2):

$$s^2 + (17 - s)^2 = 109 + s(17 - s)$$

$$3s^2 - 51s + 180 = 0$$

$$3s^2 - 17s + 60 = 0$$

$$\Delta = (-17)^2 - 4 \times 3 \times 60 = 289 - 240 = 49$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{49} = 7$$

$$s = \frac{-(-17) \pm \sqrt{49}}{2 \times 3} = \frac{17 \pm 7}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \text{ و منه } e = 17 - \frac{5}{3} = \frac{46}{3}$$

العدد الأول 12 و العدد الثاني 5.

$$س^2 - 10س + 25 = 25$$

$$2س - 10 = 0$$

$$س - 5 = 0$$

$$س = (س - 5) = 0$$

إما $س = 0$ و هو رقم العشرات فيكون رقم الآحاد $0 = 5 - 5 = 0$ حل مرفوض لأن العدد المطلوب طبيعي.
أو

$س = 5 = 0$ ومنه $س = 5$ و هو رقم الآحاد فيكون العشرات هو $5 = 5 - 5 = 0$.

$$العدد = (5-5) + 10(5) = 50$$

$$للتأكد: $25 = (5)^2 + (0)^2$$$

السؤال الثالث عشر:

مستطيل محيطه 26م و مساحته 40 م² أوجد بعديه

الحل:

نفرض أن طول المستطيل هو س وعرضه ع

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$40 = س × ع \quad (1)$$

$$محيط المستطيل = 2(س + ع)$$

$$26 = 2(س + ع)$$

$$س + ع = 13 \quad (2)$$

من (2) لدينا $س = 13 - ع$ في (1) فيكون لدينا:

$$40 = ع × (ع - 13)$$

$$0 = 40 - ع^2 + 13ع$$

$$ع^2 - 13ع + 40 = 0$$

$$\Delta = (-13)^2 - 4(1)(40) = 169 - 160 = 9 \text{ و منه يكون:}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{9} = 3$$

$ع = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{13 \pm 3}{2} = \frac{16}{2} = 8$ و هو عرض المستطيل فيكون طوله $س = 13 - 8 = 5$ الحل مرفوض لأن طول المستطيل يجب أن يكون أكبر من العرض.

$ع = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{13 \pm 3}{2} = \frac{10}{2} = 5$ و هو عرض المستطيل فيكون طوله $س = 13 - 5 = 8$ إذا $س = 8$ و $ع = 5$ و هو المطلوب.

السؤال الرابع عشر:

عدد مؤلف من رقمين رقم عشراته يزيد على رقم آحاده بمقدار 1 فإذا علمت أن هذا العدد يساوي ثمانية أمثال مربع آحاده فأوجد هذا العدد.

الحل:

نفرض أن رقم الآحاد س فيكون رقم العشرات $س + 1$

$$العدد = س + 10(س + 1) = س + 10س + 10 = 11س + 10$$

$$11س + 10 = 8س^2$$

$$8س^2 - 11س - 10 = 0$$

$$\Delta = (-11)^2 - 4(8)(-10) = 121 + 320 = 441 \text{ ومنه يكون:}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{441} = 21$$

$$س = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{11 \pm 21}{2(8)} = \frac{32}{16} = 2 \text{ مرفوض لان الآحاد لا يكون كسراً.}$$

$$س = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{11 \pm 21}{2(8)} = \frac{32}{16} = 2 \text{ وهو رقم الآحاد فيكون رقم العشرات } 3 = 1 + 2$$

$$العدد = 11س + 10 = 11(2) + 10 = 32$$

السؤال الخامس عشر:

قاعة أرضها مستطيلة طولها يزيد على عرضها بمقدار 5م فإذا علمت أن العدد الدال على مساحتها يزيد 2 على العدد الدال على محيطها فاحسب بعديها.

الحل:

نفرض أن طول القاعة س+5 فيكون عرضها س

مساحة المستطيل = س(س+5) = س²+5س

محيط المستطيل = 2(س+5) = 2س+10

س²+5س = 2س+10

س²+5س-2س-10=0

س²+3س-10=0

$\Delta = 1^2 - 4(1)(-10) = 41$ ومنه يكون:

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{41} = 7$$

س₁ = $\frac{-1 \pm \sqrt{41}}{2(1)} = \frac{7-1}{2} = 3$ مرفوض لأن الطول يجب أن يكون موجب.

س₂ = $\frac{-1 + \sqrt{41}}{2(1)} = \frac{7+1}{2} = 4$ م وهو عرض القاعة فيكون طولها س+5 = 3+5 = 8م وهو المطلوب.

مساحة القاعة = 3 × 8 = 24 م²

محيطها = 2 × (3+8) = 22 م

السؤال السادس عشر:

مربعان يزيد طول أحدهما 2سم على طول الضلع الآخر فإذا علمت أن نصف مساحة المربع الكبير تزيد 20 سم² على ثلث مساحة المربع الصغير فاحسب طول ضلع المربع الصغير و المربع الكبير.

الحل:

نفرض أن طول ضلع المربع الصغير س فيكون طول الضلع الكبير س+2

مساحة المربع الصغير = س²

مساحة المربع الكبير = (س+2)² = س²+4س+4

$$20 + \frac{س^2}{3} = \frac{س^2 + 4س + 4}{2}$$

$$س^2 + 40 = 3س^2 + 6س + 6$$

$$3س^2 + 12س + 120 = 3س^2 + 6س + 6$$

$$0 = 108 - 12س$$

$\Delta = 1^2 - 4(1)(-108) = 432 + 144 = 576$ ومنه يكون لدينا:

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{576} = 24$$

س₁ = $\frac{-1 \pm \sqrt{576}}{2(1)} = \frac{-36}{2} = -18$ حل مرفوض.

س₂ = $\frac{-1 + \sqrt{576}}{2(1)} = \frac{24-1}{2} = \frac{23}{2} = 11.5$ سم وهو طول ضلع المربع الصغير و طول ضلع المربع الكبير هو 2+6 = 8سم

و هو المطلوب.

للتأكد: $\frac{1}{2}(64) = 32$ سم² = 20 سم² + $\frac{36}{3}$ سم²

32 سم² = 32 سم²

السؤال السابع عشر:

مستطيل محيطه 7 سم ومساحته 3 م² أوجد طوله و عرضه.

الحل:

نفرض أن طول المستطيل س و عرضه ع

مساحة المستطيل = س × ع

$$3 = س × ع \quad (1)$$

محيط المستطيل = 2(س+ع) = 7

$$2(س+ع) = 7 \quad (2)$$

$$س+ع = \frac{7}{2}$$

من (2) لدينا ع = $\frac{7}{2}$ - س نعوض في (1) فيكون لدينا:

$$س = \left(\frac{7}{2} - س\right) = 3$$

$$س = \frac{7}{2} - س = 3$$

$$7س - 2س = 6 - 2س$$

$$0 = 6 + 7س - 2س$$

$$\Delta = (-7)^2 - 4(2)(6) = 49 - 48 = 1 \text{ ومنه يكون :}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{1} = 1$$

س₁ = $\frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 - 1}{2(2)} = \frac{-8}{4} = -2$ و هو طول المستطيل فيكون عرضه ع₁ = $\frac{3}{2} - \frac{7}{2} = -2$ وهذا حل مرفوض لأن الطول يجب أن يكون أكبر من العرض.

س₂ = $\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 + 1}{2(2)} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$ و هو طول المستطيل فيكون عرضه ع₂ = $\frac{3}{2} - \frac{4-7}{2} = 2 - \frac{7}{2} = \frac{3}{2}$ وهذا الحل مقبول و هو المطلوب.

السؤال الثامن عشر:

شكلان مربعان يزيد طول أحدهما على طول ضلع الآخر بمقدار 3 فإذا علمت أن مجموع مساحتي المربعين يساوي 65 فاحسب طول ضلع كل منهما.

الحل:

نفرض أن طول ضلع المربع الأول س فيكون الثاني س+3

$$\text{مساحة المربع الأول} = س^2$$

$$\text{مساحة المربع الثاني} = (س+3)^2 = 9س + 6س^2 + 9$$

$$س^2 + 6س^2 + 9 = 65$$

$$7س^2 + 9 = 65$$

$$7س^2 - 56 = 0$$

$$\Delta = 4 - 3^2 = (-28)(1) = 121 \text{ ومنه يكون لدينا:}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{121} = 11$$

$$س_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 - 11}{2} = -9 \text{ مرفوض.}$$

$$س_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 + 11}{2} = 2 \text{ و هو طول الضلع الأول. فيكون طول الضلع الثاني} = 3 + 4 = 7 \text{ و هو المطلوب.}$$

$$\text{للتأكد: } 65 = 49 + 16$$

السؤال التاسع عشر:

مربعان مجموع مساحتهما 146 سم² و مجموع طولي ضلعيهما 16 سم أوجد طول ضلع كل منهما.

الحل:

طريقة أولى:

نفرض أن طول ضلع المربع الأول س فيكون طول الضلع الثاني 16 - س

$$\text{مساحة المربع الأول} = س^2$$

$$\text{مساحة المربع الثاني} = (16-س)^2 = 256 - 32س + س^2$$

$$س^2 + 256 - 32س + س^2 = 146$$

$$2س^2 - 32س + 110 = 0$$

$$س^2 - 16س + 55 = 0$$

$$\Delta = (-16)^2 - 4(1)(55) = 256 - 220 = 36 \text{ ومنه يكون لدينا:}$$

$$6 = \sqrt{36}$$

$$س_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{16 + 6}{2(1)} = \frac{22}{2} = 11 \text{ و هو طول ضلع المربع الأول فيكون طول ضلع المربع الثاني} = 16 - 11 = 5 \text{ أو إما:}$$

$$س_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{16 - 6}{2(1)} = \frac{10}{2} = 5 \text{ و هو طول ضلع المربع الأول فيكون طول ضلع المربع الثاني} = 16 - 5 = 11 \text{ و هو المطلوب.}$$

طريقة ثانية:

نفرض أن طول ضلع المربع الأول س و طول ضلع المربع الثاني ع فيكون

$$س + ع = 16 \quad (1)$$

$$س^2 + ع^2 = 146 \quad (2)$$

من (1) لدينا ع = 16 - س نعوض في (2) فيكون لدينا:

$$س^2 + (16-س)^2 = 146 \text{ ثم نكمل الحل كالسابق.}$$

السؤال العشرون:

عدنان طبيعان يزيد أحدهما على الآخر بمقدار 7 و ضعفا مربع أصغرهما يزيد على العدد الكبير بمقدار 38 أوجد هذين العددين.

الحل:

نفرض أن العدد الأول س فيكون الثاني س+7

$$2 \text{ س}^2 = 38 + 7 + \text{س}$$

$$2 \text{ س}^2 - \text{س} - 45 = 0$$

$$\Delta = (-1) - 4(2) = -45 \Rightarrow 361 = 360 + 1 \text{ و منه يكون لدينا:}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{361} = 19$$

$$\text{س}_1 = \frac{-\text{ب} - \sqrt{\Delta}}{2\text{ا}} = \frac{19 - 1}{2(2)} = 6 \text{ مرفوض لأن العدد الطبيعي لا يكون سالبا.}$$

$$\text{س}_2 = \frac{-\text{ب} + \sqrt{\Delta}}{2\text{ا}} = \frac{19 + 1}{2(2)} = 5 \text{ و هو العدد الصغير فيكون العدد الكبير هو } 12 = 7 + 5 \text{ و هو المطلوب.}$$

السؤال الواحد والعشرون:

إذا كان عمر أحمد ينقص عن عمر خالد بمقدار 5 سنوات و كان العدد الدال على مجموع مربعي عمريهما يساوي 325 فاحسب عمر كل منهما الآن.

الحل:

نفرض أن عمر خالد س فيكون عمر أحمد س-5

$$\text{مربع عمر خالد} = \text{س}^2$$

$$\text{مربع عمر أحمد} = (\text{س} - 5)^2 = 10\text{س} - 25 + 25$$

$$325 = 25 + 10\text{س} - 25 + 25$$

$$0 = 325 - 25 + 10\text{س} - 25$$

$$0 = 150 - 5\text{س}$$

$$\Delta = (-5) - 4(1) = -625 \Rightarrow 625 = 600 + 25 \text{ و منه يكون لدينا:}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{625} = 25$$

$$\text{س}_1 = \frac{-\text{ب} - \sqrt{\Delta}}{2\text{ا}} = \frac{25 - 5}{2(1)} = 10 \text{ حل مرفوض لأن الأعمار لا يمكن أن تكون سالبة.}$$

$$\text{س}_2 = \frac{-\text{ب} + \sqrt{\Delta}}{2\text{ا}} = \frac{25 + 5}{2(1)} = 15 \text{ سنة و هو عمر خالد فيكون عمر أحمد هو } 10 = 15 - 5 \text{ سنوات و هو المطلوب.}$$

السؤال الثاني والعشرون:

أوجد عددين طبيعيين إذا علمت أن أحدهما يزيد 2 على الآخر و مجموع مربعيهما 34 .

الحل:

نفرض أن العدد الصغير س فيكون العدد الكبير س+2.

$$34 = (\text{س} + 2)^2 + \text{س}^2$$

$$0 = 34 - 4\text{س} + 4\text{س} + 4\text{س} + 4\text{س} + 4$$

$$0 = 15 - 2\text{س}$$

$$\Delta = (-2) - 4(1) = -64 \Rightarrow 64 = 60 + 4 \text{ و منه يكون لدينا:}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{64} = 8$$

$$\text{س}_1 = \frac{-\text{ب} - \sqrt{\Delta}}{2\text{ا}} = \frac{8 - 2}{2(1)} = 5 \text{ الحل مرفوض لأن الأعداد المطلوبة طبيعية.}$$

$$\text{س}_2 = \frac{-\text{ب} + \sqrt{\Delta}}{2\text{ا}} = \frac{8 + 2}{2(1)} = 3 \text{ و هو العدد الصغير فيكون العدد الكبير } 5 = 2 + 3 \text{ و هو المطلوب.}$$

السؤال الثالث والعشرون:

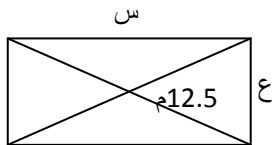
أوجد بعدي مستطيل محيطه 35 م و طول قطره 12.5 م

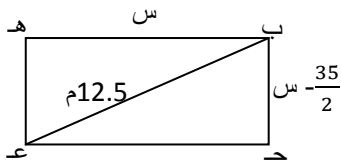
الحل:

نفرض أن طول المستطيل س و عرضه ع

$$\text{محيط المستطيل} = 2(\text{س} + \text{ع})$$

$$2 = 35$$





$$\frac{35}{2} = س + ع \quad (1)$$

من (1) لدينا: $ع = \frac{35}{2} - س$

حسب نظرية فيثاغورث نكتب:

$$ل^2 = [ب-ح]^2 + [ح-ع]^2$$

$$\left(\frac{25}{2}\right)^2 = س^2 + \left(س - \frac{35}{2}\right)^2$$

$$\frac{625}{4} = س^2 + 35س - \frac{1225}{4}$$

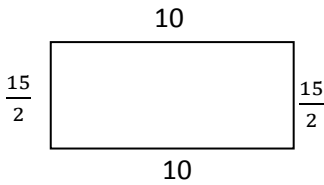
$$0 = 150 + 35س - س^2$$

$$\Delta = (35)^2 - 4(150) = 1225 - 600 = 625$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{625} = 25$$

$س_1 = \frac{-35 + 25}{2} = \frac{-10}{2} = -5$ وهو طول المستطيل فيكون العرض $ع = \frac{35}{2} - \frac{15}{2} = 10$ الحل مرفوض لأن طول المستطيل يجب أن يكون أكبر من عرضه.

$س_2 = \frac{-35 - 25}{2} = \frac{-60}{2} = -30$ وهو طول المستطيل فيكون العرض $ع = \frac{35}{2} - \frac{40}{4} = 10$ وهو المطلوب.



السؤال الرابع والعشرون:

مستطيل طوله خمسة أمثال عرضه فإذا علمت إذا كانت مساحته 1620 م² فأوجد بعديه.

الحل:

نفرض أن عرض المستطيل س فيكون طوله 5س

$$1620 = 5س \times س$$

$$1620 = س^2$$

$$س = \sqrt{1620} = 40.25$$

إما س = 18- الحل مرفوض.

أو إما س = 18م وهو عرض المستطيل فيكون الطول = 5(18) = 90م. وهو المطلوب.

$$1620 = 18 \times 90$$

السؤال الخامس والعشرون:

عدد طبيعي أصغر تماماً من 10 إذا أضيف مربعه إلى ثلاثة أمثاله كان الناتج 40 أوجد هذا العدد.

الحل:

نفرض أن هذا العدد س فيكون لدينا:

$$40 = س^2 + 3س$$

$$0 = 40 - 3س - س^2$$

$$\Delta = 3^2 - 4(1)(-40) = 169 = 13^2$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$$

$س_1 = \frac{-3 + 13}{2} = \frac{10}{2} = 5$ حل مرفوض لأن العدد طبيعي.

$س_2 = \frac{-3 - 13}{2} = \frac{-16}{2} = -8$ وهو المطلوب.

السؤال السادس والعشرون:

حل بيانياً و جبرياً جملة المعادلتين التاليتين:

$$س - ع = 1 \quad (1)$$

$$س + ع = 3 \quad (2)$$

نحل بيانياً:

س-ع=1 : س=0 ومنه ع=1-0= -1

ع=0 ومنه س=1-0=1

$$س + ع = 3 : س = 0 \text{ ومنه } ع = 3 \text{ نـ } (3,0)$$

$$ع = 0 \text{ ومنه } س = 3 \text{ نـ } (0,3)$$

من الرسم يبين لنا أن :
س = 2 و ع = 1 هو المطلوب.

نحل جملة المعادلتين جبرياً فيكون:
من (١) لدينا:

$$س + ع = 1 \text{ نعوض في (٢)}$$

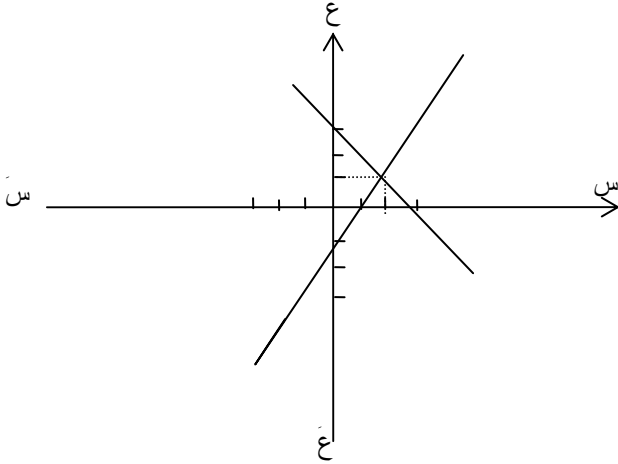
$$3 = ع + 1 + ع$$

$$3 = 1 + ع + 2$$

$$2 = ع + 2$$

$$1 = ع$$

$$س + ع = 1 \text{ ← } س = 1 + 1 = 2 \text{ و هو المطلوب.}$$

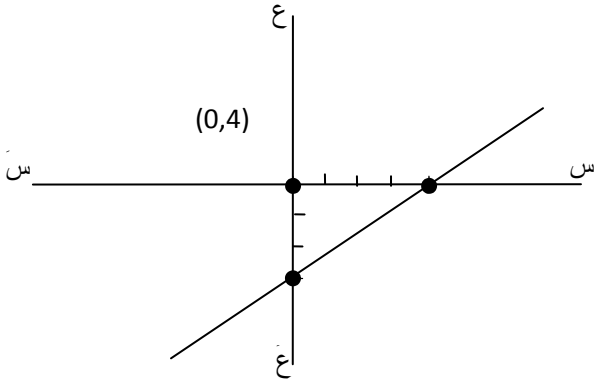


السؤال السابع والعشرون:

$$\text{ارسم المستقيم الذي معادلته } 3س - 4ع = 12 \text{ : الحل:}$$

$$س = 0 \text{ ومنه } 4ع = 12 \text{ ← } ع = \frac{12}{4} = 3 \text{ ومنه } س = \frac{12}{3} = 4$$

$$ع = 0 \text{ ومنه } 3س = 12 \text{ ← } س = 4 \text{ ومنه } ع = \frac{12}{-4} = -3$$



السؤال الثامن والعشرون:

ارسم المستقيم $ع + 4 = 2س$ و هل النقطة $p(-1, -4)$ تنتمي إلى هذا المستقيم.
الحل:

$$ع = 0 \text{ ومنه } 4 = 2س \text{ ومنه } س = 2 \text{ (0, 2)}$$

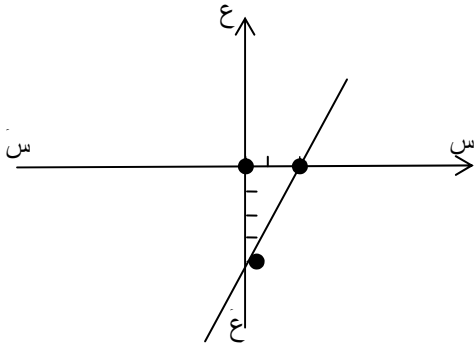
$$س = 0 \text{ ومنه } ع = -4 \text{ (0, -4)}$$

$$p(-1, -4)$$

نعوض هذه النقطة في معادلة المستقيم:

$$-4 - 4 = 2(-1) - 4$$

$0 \neq -2$ والنقطة $p(-1, -4)$ لا تنتمي إلى المستقيم لأنها لا تحقق معادلته.



السؤال التاسع والعشرون:

المهندس خالد لاعب رياضي يركض يومياً حوالي 200 م على طريق مستطيل الشكل طول 250 م فإذا علمت أن مساحة الطريق التي يركض عليها هي 2200 م² والمطلوب احسب عرض المستطيل و محيطه في المسافة التي يركض عليها المهندس خالد .
الحل:

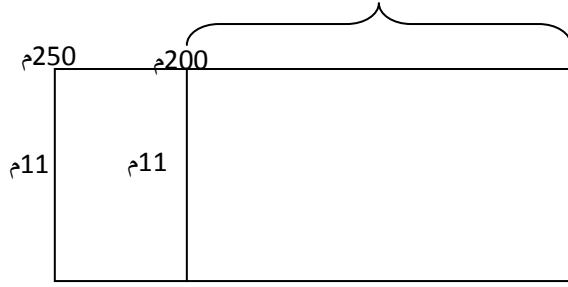
لدينا طول المستطيل في المسافة التي يركض عليها هي 200

نفرض عرض المستطيل ع

مساحة المستطيل = س × ع

$$ع \times 200 = 2200$$

$$ع = \frac{2200}{200} = 11 \text{ م و هو عرض المستطيل.}$$

محيط المستطيل = $2(11+200) = 422$ م

السؤال الثالثون:

في الشكل المرسوم جانباً ب حـ ء مثلث قائم الزاوية في ب حيث ل [ب حـ] = 12
ل [حـ ء] = 13 احسب النسب المثلثية للزاوية حـ.

الحل:

حسب فيثاغورث نكتب:

$$ل^2 [حـ ء] = ل^2 [ب حـ] + ل^2 [ب ء]$$

$$169 = 144 + ل^2 [ب ء]$$

$$25 = ل^2 [ب ء] = 144 - 169$$

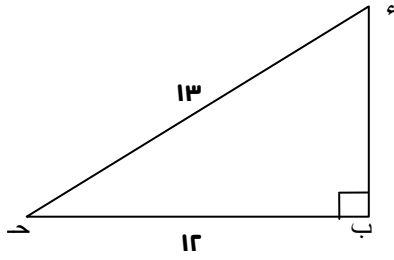
$$ل [ب ء] = 5$$

$$حـ = \frac{ل [ب ء]}{ل [حـ ء]} = \frac{5}{13} \text{ المقابلة}$$

$$تـ = \frac{ل [ب حـ]}{ل [حـ ء]} = \frac{12}{13} \text{ المجاورة}$$

$$طـ = \frac{ل [ب ء]}{ل [ب حـ]} = \frac{5}{12} \text{ المقابلة}$$

تـ = $\frac{12}{5}$ المجاورة المقابلة وهو المطلوب.



السؤال الواحد والثلاثون:

اشترى رجل عدد من الدفاتر بمبلغ 320 ليرة سورية و لو نقص سعر الدفتر 1 لزيد عدد الدفاتر التي يشتريها بنفس المبلغ 16 دفتراً احسب ثمن شراء الدفتر الواحد.

الحل:

نفرض أن ثمن الدفتر س

$$\frac{320}{س} = \text{عدد الدفاتر}$$

بعد النقصان ثمن الدفتر = س-1

$$\frac{320}{س-1} = \text{عدد الدفاتر}$$

$$\frac{320}{س-1} = \frac{16}{س} + \frac{320}{س}$$

مجموعة التعريف حـ / { 0, 1+ }

شروط الاختزال س ≠ 0 و س ≠ 1+

$$320(س-1) = 16(س-1) + 320(س-1)$$

$$0 = 320(س-1) + 16(س-1) - 320(س-1)$$

$$0 = 320(س-1) - 16(س-1)$$

$$0 = 20(س-1)$$

$$0 = (س-1)(5)$$

إما: س-1=0 ومنه س=5 ثمن الدفتر و هو المطلوب.

أو س-1=4 ومنه س=4 مرفوض الحل.

السؤال الثاني و الثلاثون:

اشترت مؤسسة عدد من الصحن بمبلغ 500 ليرة سورية و لو زاد سعر الصحن الواحد 5 ليرة سوري لنقص عدد الصحن التي تشتريها المؤسسة بنفس المبلغ 5 صحن احسب ثمن شراء الصحن الواحد.

الحل:

نفرض أن ثمن الصحن س

$$\frac{500}{س} = \text{عدد الصحن}$$

بعد الزيادة ثمن الصحن = س+5

$$\frac{500}{س+5} = \text{عدد الصحن}$$

$$\frac{500}{س+5} = \frac{5}{1} - \frac{500}{س}$$

$$\frac{500}{س+5} = \frac{5}{1} - \frac{500}{س}$$

مجموعة التعريف ح/ { 5-, 0 }

شروط الاختزال س ≠ 0 و س ≠ -5

$$500 = (س+5)س - 5(س+5)$$

$$500 = 5س^2 - 25س - 5س - 25$$

$$0 = 5س^2 - 25س + 2500$$

$$0 = 5س^2 - 25س + 2500$$

$$\Delta = (5)^2 - 4(1)(-2025) = 2025 + 2000 = 2025$$

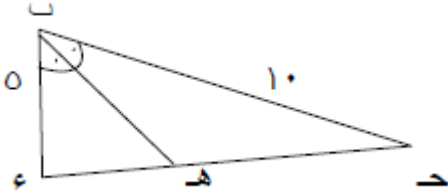
$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{2025} = 45$$

$$س_1 = \frac{\sqrt{\Delta} + ب - ا}{2\rho} = \frac{45 + 5 - 20}{2(1)} = \frac{40}{2} = 20$$

و هو ثمن الصحن الواحد.

$$س_2 = \frac{\sqrt{\Delta} - ب - ا}{2\rho} = \frac{45 - 5 - 20}{2(1)} = -25$$

مرفوض الحل.



السؤال الثالث و الثلاثون:

في الشكل المرسوم جانباً ب حـ ء مثلث فيه ب هـ منصف داخلي للقطاع بـ ا حيث لدينا:

$$ل [ب حـ] = 10 \quad ل [ب هـ] = 5 \quad ل [هـ جـ] = 6$$

احسب ل [حـ هـ] ، ل [هـ ء]

الحل:

حسب نظرية المنصف الداخلي نكتب :

$$\frac{ل [ب حـ]}{ل [ب هـ]} = \frac{ل [هـ جـ]}{ل [هـ ء]} \quad \leftarrow \quad \frac{ل [ب حـ]}{ل [ب هـ]} = \frac{ل [هـ جـ]}{ل [هـ ء]}$$

نجمع البسط للمقام فيكون:

$$\frac{10}{ل [هـ جـ] + ل [هـ ء]} = \frac{ل [هـ جـ]}{ل [هـ جـ] + ل [هـ ء]}$$

$$\frac{10}{ل [هـ جـ] + ل [هـ ء]} = \frac{ل [هـ جـ]}{ل [هـ جـ] + ل [هـ ء]}$$

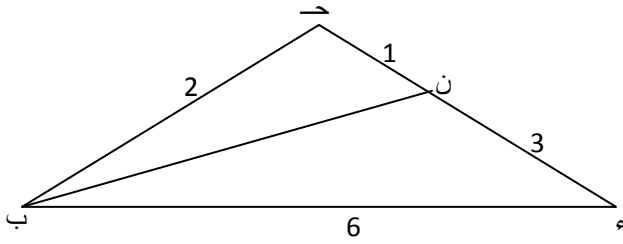
$$ل [هـ جـ] = \frac{60}{15} = 4$$

$$ل [هـ ء] = 4 - 6 = -2$$

السؤال الرابع و الثلاثون:

في الشكل المرسوم جانبياً:

ب دء مثلث و الأطوال على الشكل أثبت أن ب ن منصف داخلي للقطاع ب



الحل:

حسب نظرية عكس المنصف الداخلي نكتب:

إذا كان:

$$\frac{[ب ح]}{[ب ء]} = \frac{[ح ن]}{[ن ء]}$$

عندئذ يكون ب ن منصف داخلي.

نعوض فيكون لدينا:

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad \text{و منه } 6 = 6 \quad \text{ومنه فإن ب ن منصف داخلي للقطاع ب حسب النظرية العكس للمنصف الداخلي.}$$

السؤال الخامس و الثلاثون:

في الشكل المرسوم جانبياً:

ب دء مثلث قائم الزاوية و ب ن ارتفاع ل[دء] = 5 ، ل[ب دء] = 4

احسب ل[ب دء] و ل[ب ن] و ل[دء ن] و ح دء

الحل:

حسب نظرية فيثاغورث نكتب:

$$ل^2 [دء] = ل^2 [ب دء] + ل^2 [ب ن]$$

$$25 = 16 + ل^2 [ب ن]$$

$$9 = 25 - 16 = ل^2 [ب ن]$$

$$3 = ل [ب ن]$$

لحساب الارتفاع ب ن حسب نظرية في المثلث القائم (جاء طول الضلعين القائمين يساوي الوتر \times الارتفاع المتعلق به).

نطبق النظرية فيكون:

$$ل [ب ن] \times ل [دء ن] = ل [ب دء] \times ل [ب ن]$$

$$3 \times 5 = 4 \times ل [ب ن]$$

$$15 = 4 ل [ب ن]$$

$$ل [ب ن] = \frac{15}{4}$$

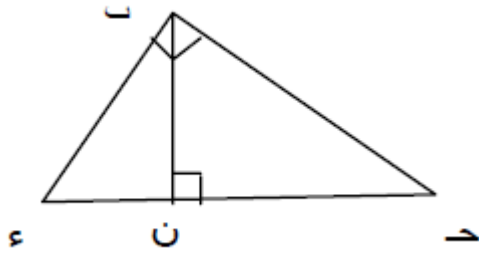
لحساب المرسوم دء ن حسب نظرية في المثلث القائم (مربع طول الضلع القائمة يساوي الوتر \times مرتسم تلك الضلع عليه)

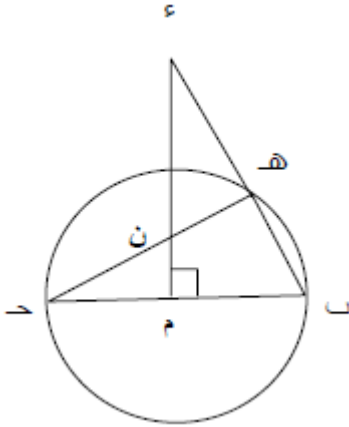
نطبق النظرية فيكون:

$$ل^2 [ب دء] = ل [ب دء] \times ل [دء ن]$$

$$16 = 4 ل [دء ن]$$

$$ل [دء ن] = \frac{16}{4} = 4$$

ح دء = $\frac{المقابلة}{الوتر} = \frac{3}{5}$ و هو المطلوب.



السؤال السادس و الثلاثون:

- في الشكل المرسوم جانباً لدينا م ع ل ب ح و المطلوب:
أ- برهن أن المثلثين ب م ع ، ب ه ح متشابهان.
ب- برهن أن ب م ن ه رباعي دائري.

الحل:

الزاوية م = 90° من الفرض
هـ = 90° لأنها محيطية تقابل قوس نصف الدائرة.
ولدينا ب زاوية مشتركة.

م = هـ

فالمثلثين متشابهين حسب نظرية (يتشابه مثلثان إذا تساوت زاويتان من الأول مع زاويتان من الثاني).
هـ = 90° لأنها محيطية تقابل قوس نصف الدائرة.

م = 90° من الفرض

م + هـ = 180°

فالرباعي ب م ن ه رباعي دائري حسب المعيار يكون الرباعي دائري إذا كان فيه زاويتان متقابلتان متكاملتان. و هو المطلوب.

السؤال السابع و الثلاثون:

أوجد قيمة س إذا كان لدينا $5 = \frac{1+S}{2}$

الحل:

س + 1 = 10 و منه س = 10 - 1 = 9 و هو المطلوب.

السؤال الثامن و الثلاثون:

أوجد قيمة س إذا كان لدينا $\frac{100}{3+8-} = \frac{15+S}{6} + 9$

$\frac{100}{5-} = \frac{15+S}{6}$

5- (10+س) = 100 × 6

50- س = 75

50 س = 75 + 600

50 س = 675

س = $\frac{675}{50} = 13.5$

50

السؤال التاسع و الثلاثون:

في صفك 4 طلاب نريد أن نختار منهم 3 طلاب ليقوموا بتشغيل و صيانة حاسب المدرسة فيكم طريقة يمكن أن يتم هذا الاختيار ؟

الحل:

عدد الطرق = ق (3,4) = $\frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = \frac{24}{6} = 4$ طرق.

السؤال الأربعون :

حديقة لها ستة أبواب فيكم طريقة يمكن الدخول و الخروج من الحديقة علماً أن باب الذي يدخل منه لا يمكن الخروج منه.
ت (5,6) = $5 \times 6 = 30$ طريقة و هو المطلوب.

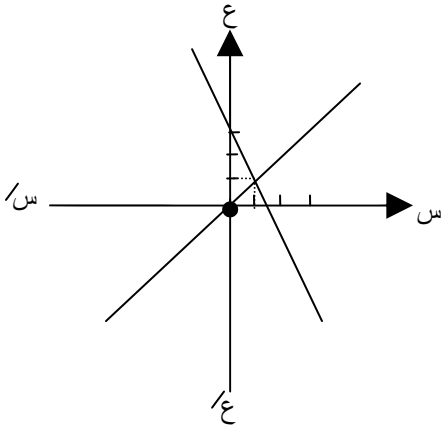
السؤال الواحد و الأربعون:

كم عدداً مؤلفاً من ثلاث منازل يمكن تكوينه من الأعداد التالية: 1,4,9 على أن تكون أرقام العدد مختلفة.

الحل:

ت (3,3) = $1 \times 2 \times 3 = 6$ طرق.

نرسم المستقيم: $2س + ع = 3$: $0 = س$ \leftarrow $ع = 3$ ومنه $ع = 0$ $(3, 0)$.
 $0 = ع$ \leftarrow $3 = 2س$ ومنه $س = 1.5$ $(0, 1.5)$:



من الرسم المبين يساراً نجد أن:

$$س = 1 \text{ و } ع = 1$$

للتأكد من صحة الحل نعوض في جملة المعادلات و نتأكد من صحة الحل.

نحل جملة المعادلات جبرياً:

من (١) لدينا $س = ع$ نعوض في (٢) فيكون لدينا:

$$2(ع) + ع = 3 \text{ ومنه } 3 = ع + ع \text{ ومنه } ع = \frac{3}{3} = 1$$

لدينا $س = ع$ ومنه $س = 1$ و هو المطلوب.

السؤال الرابع و الأربعون:

حل كل من التعبيرات التالية إلى أكبر عدد ممكن من العوامل:

$$\begin{aligned} \text{الحل: } & 4(س+1) \\ \text{-٨} & 2س+4 \\ \text{الحل: } & 2(س+2) \\ \text{-٩} & 5س^2+5س \\ \text{الحل: } & س(س+5) \\ \text{-١٠} & 5س-10 \\ \text{الحل: } & 5(س-2) \\ \text{-١١} & 2س^2+4س \\ \text{الحل: } & 2س(س+2) \\ \text{-١٢} & 7س^2-7س \\ \text{الحل: } & س(س-7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{الحل: } & (س-11)(س+11) \\ \text{-٨} & 2س^2 - \frac{2ع}{25} \end{aligned}$$

$$\text{الحل: } = \frac{(س-ع)}{5} \frac{(س+ع)}{5}$$

$$\text{-٩} \quad \frac{(س^2-١٦)}{25}$$

$$\text{الحل: } = \frac{(س-٤)}{5} \frac{(س+٤)}{4}$$

$$\text{-١٠} \quad 4(س+3)^2$$

$$\text{الحل: } 5س^2+6س+5 = 4-9+س$$

$$= (س+5)(1+س)$$

$$\text{-١} \quad 2س-6$$

$$\text{الحل: } = 2(س-3)$$

$$\text{-٢} \quad 2س^2-س$$

$$\text{الحل: } = س(س-2)$$

$$\text{-٣} \quad ٢س+س$$

$$\text{الحل: } = س(س+1)$$

$$\text{-٤} \quad 3س-15$$

$$\text{الحل: } = 3(س-5)$$

$$\text{-٥} \quad 2س^2-س$$

$$\text{الحل: } = س(س-2)$$

$$\text{-٦} \quad 3س^2-س$$

$$\text{الحل: } = س(س-3)$$

$$\text{-٧} \quad 4س+4$$

حل كل من مما يلي إلى أكبر عدد ممكن من العوامل:

$$\text{-١} \quad 25س^2-٢٥$$

$$\text{الحل: } = (س-5)(س+5)$$

$$\text{-٢} \quad 9س^2-9$$

$$\text{الحل: } = (س-3)(س+3)$$

$$\text{-٣} \quad 1س^2-س$$

$$\text{الحل: } = (س-1)(س+1)$$

$$\text{-٤} \quad 49ع^2-٤٩$$

$$\text{الحل: } = (ع-1)(ع+1)$$

$$\text{-٥} \quad 4س^2-9ع^2$$

$$\text{الحل: } = (2س-3ع)(2س+3ع)$$

$$\text{-٦} \quad 25س^2-81ع^2$$

$$\text{الحل: } = (5س-9ع)(5س+9ع)$$

$$\text{-٧} \quad 121س^2-١٢١$$

السؤال الثامن و الأربعون:
أوجد ميل المستقيمات التالية:

$$١- \text{ع} = 2\text{س} + 3$$

$$\text{الحل: م} = 2$$

$$٢- \text{ع} = 2\text{س} + 16$$

$$\text{الحل: ع} = 4\text{س} + 8$$

ومنه الميل م=4

$$٣- \text{ع} = 2\text{س} = 8$$

$$\text{الحل: ع} = 2\text{س} + 8$$

$$\text{الميل م} = 2$$

السؤال التاسع و الأربعون:
أوجد العوامل الأولية للعدد الصحيح الموجب 150

$$\begin{array}{r|l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$5 \times 5 \times 3 \times 2 = 150$$

السؤال الخمسون:

حلل كلا من مما يلي إلى أكبر عدد ممكن من العوامل:

$$١- 2\text{ب}^2 + \text{ب} + 4\text{ح} + 2\text{ب} + 2\text{ح}$$

$$\text{الحل: } \text{ب} (2\text{ب} + 2\text{ح} + 2) + 2(2\text{ب} + \text{ح}) =$$

$$= (2\text{ب} + \text{ح})(2\text{ب} + 2\text{ح} + 2)$$

$$٢- 2\text{س}^2 - 5\text{ع} + 2\text{س} + 5\text{ع} - 5\text{س}$$

$$\text{الحل: } 2\text{س}(\text{س} - 5) - 5(\text{ع} + \text{س}) =$$

$$= (\text{س} + 5)(2\text{س} - 5)$$

$$٣- 2\text{س} - 6\text{ع} + 5\text{س} + 15\text{ع}$$

$$\text{الحل: } 2\text{س}(3 - \text{ع}) + 5(3 - \text{ع}) =$$

$$= (3 - \text{ع})(2\text{س} + 5)$$

السؤال الواحد و الخمسون:

حل جملة المعادلات التالية:

$$\text{س}_1 + 2\text{س}_2 = 11$$

$$\text{س}_1 + \text{س}_2 = 6$$

السؤال الثاني و الخمسون:

عدنان يزيد أحدهما على الآخر بمقدار 4 ومجموع مقلوبيهما يساوي $\frac{2}{3}$ أوجد هذين العددي

الحل:

نفرض أن العدد الصغير س فيكون الكبير س+4 و يكون لدينا:

$$\frac{2}{3} = \frac{1}{\text{س}} + \frac{1}{\text{س} + 4}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{\text{س} + 4 + \text{س}}{\text{س}(\text{س} + 4)}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2\text{س} + 4}{\text{س}(\text{س} + 4)}$$

$$3(2\text{س} + 4) = 2\text{س}(\text{س} + 4)$$

$$6\text{س} + 12 = 2\text{س}^2 + 8\text{س}$$

$$0 = 2\text{س}^2 - 2\text{س} - 12$$

$$0 = 2\text{س}^2 - 2\text{س} - 12$$

$$0 = \text{س}^2 - \text{س} - 6$$

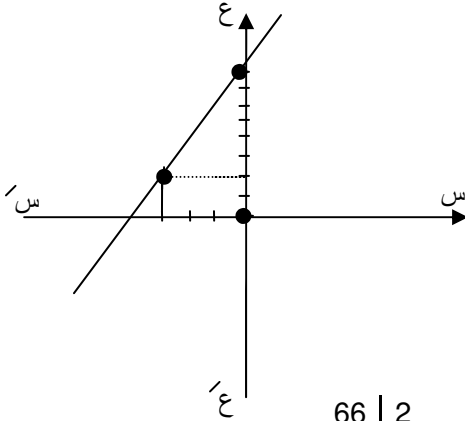
$$\Delta = 1^2 - 4(-6) = 25$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{\Delta} = 5$$

س₁ = $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{1 - 4(1)(2)}}{2(1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{-7}}{2}$ وهو العدد الصغير فيكون العدد الكبير هو س₁ = 4 + 2 = 6 وهو المطلوب.

س₂ = $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{1 - 4(1)(2)}}{2(1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{-7}}{2}$ -3 مرفوض.



السؤال الثالث والخمسون:
أوجد قيمة هـ حتى يمر المستقيم $2 = س + هـ$ بالنقطة $(-3, 2)$ ثم ارسم المستقيم.
وعين النقطة $(-3, 2)$ بالرسم البياني.
الحل:

نعوض النقطة في المعادلة حيث لدينا $س = -3$ و $ع = 2$ فيكون لدينا:
 $2 = 2 + (-3) + هـ$ ومنه $هـ = 8 = 6 + 2$
 $ع = 2 + س = 8$
 $س = 0$ ومنه $ع = 8 = (0, 8)$
 $ع = 0$ ومنه $س = 2 = 8 - 0$ ومنه $س = -4 = (0, -4)$

السؤال الرابع والخمسون:
أوجد القاسم المشترك الأعظم للأعداد الصحيحة الموجبة التالية: 66 ، 54 ، 48
الحل:

$$\begin{array}{r|l} 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$3 \times 2^4 = 48$$

$$3^2 \times 2 = 54$$

$$11 \times 3 \times 2 = 66$$

نأخذ الأعداد الأولية المشتركة و بأصغر أس فيكون القاسم المشترك الأعظم للأعداد و الذي نرسم له بالرمز ق.م.أ.
ق.م.أ. $(66, 54, 48) = 3 \times 2 = 6$.

السؤال الخامس والخمسون:
أوجد المضاعف المشترك الأصغر للأعداد الصحيحة الموجبة التالية: 66 ، 54 ، 48

$$\begin{array}{r|l} 66 & 2 \\ 33 & 3 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$3 \times 2^4 = 48$$

$$3^2 \times 2 = 54$$

$$11 \times 3 \times 2 = 66$$

نأخذ العوامل المشتركة وغير المشتركة بأكبر أس فيكون المضاعف المشترك الأصغر للأعداد و الذي نرسم له بالرمز م.م.أ.
م.م.أ. $(66, 54, 48) = 11 \times 3^2 \times 2^4 = 1584$

السؤال السادس والخمسون:
إذا كانت بواقي قسمة العدد الطبيعي س على الأعداد 65 ، 125 ، 165 هي الأعداد 63 ، 123 ، 163 على الترتيب و المطلوب إيجاد أصغر قيمة للعدد س.
الحل:

$$س = 65 \times ك + 63 \text{ ملاحظة: ك, تمثل ناتج قسمة س على 65}$$

$$س = 65 + 65 \times ك$$

$$س = 65 + (ك + 1) \times 65$$

أي أن س مضاعف للعدد 65 .

و بشكل مشابه:

$$\begin{aligned} 125 = 2 + 125 \times 1 \text{ ك، ملاحظة: ك، تمثل ناتج قسمة س على } 125 \\ 125 = 2 + 125 \times 1 \text{ ك، ملاحظة: ك، تمثل ناتج قسمة س على } 125 \\ 125 = 2 + 125 \times 1 \text{ ك، ملاحظة: ك، تمثل ناتج قسمة س على } 125 \\ \text{أي س+2 مضاعف للعدد } 125 \end{aligned}$$

و بشكل مشابه:

$$\begin{aligned} 165 = 2 + 165 \times 1 \text{ ك، ملاحظة: ك، تمثل ناتج قسمة س على } 165 \\ 165 = 2 + 165 \times 1 \text{ ك، ملاحظة: ك، تمثل ناتج قسمة س على } 165 \\ 165 = 2 + 165 \times 1 \text{ ك، ملاحظة: ك، تمثل ناتج قسمة س على } 165 \\ \text{أي س+2 مضاعف للعدد } 165 \\ \text{ومنه أصغر قيمة للعدد س+2 = م، م، أ (165, 125, 65)} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

$$13 \times 5 = 65$$

$$5^3 = 125$$

$$11 \times 5 \times 3 = 165$$

$$\text{م.م.أ (165, 125, 65) = } 3 \times 5^3 \times 3 \times 11 = 53625 = \text{س+2}$$

$$\text{س = } 53623$$

السؤال السابع و الخمسون:

إذا كانت بواقي قسمة الأعداد 1085 ، 2428 ، 2959 على العدد الطبيعي س هي الأعداد 5 ، 8 ، 9 على الترتيب أوجد أكبر قيمة للعدد س

الحل:

$$1080 = 5 - 1085 \text{ العدد س يقسم العدد}$$

$$2420 = 8 - 2428 \text{ ويقسم العدد}$$

$$2950 = 9 - 2959 \text{ ويقسم العدد}$$

$$\begin{array}{r|l} 1080 & 2 \\ 540 & 2 \\ 270 & 2 \\ 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2420 & 2 \\ 1210 & 2 \\ 605 & 5 \\ 121 & 11 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2950 & 2 \\ 1475 & 5 \\ 295 & 5 \\ 59 & 59 \\ 1 & \end{array}$$

$$5 \times 3^3 \times 2^3 = 1080$$

$$11^2 \times 5 \times 2^2 = 2420$$

$$59 \times 5^2 \times 2 = 2950 \text{ فيكون القاسم المشترك الأعظم للأعداد هو:}$$

$$\text{ق.م.أ (2950, 2420, 1080) = } 5 \times 2 = 10 \text{ وهي أكبر قيمة ممكنة لـ س.}$$

السؤال الثامن و الخمسون:

ثلاثة أعداد طبيعية متتالية ضعفي مجموع هذه الأعداد يساوي 36 أوجد هذه الأعداد.

الحل:

نفرض أن العدد الأول س فيكون الثاني س+1 والثالث س+2

$$\text{مجموعهما} = \text{س} + \text{س} + 1 + \text{س} + 2 = 3\text{س} + 3 = 3(1 + \text{س})$$

ضعفي مجموعهما = 6(س+1) ومنه يكون لدينا:

$$6(1 + \text{س}) = 36 \text{ ومنه س} = \frac{36}{6} = 6$$

$$\text{س} + 1 = 6 \text{ ومنه س} = 5 \text{ وهو العدد الأول فيكون الثاني س} + 1 = 6 \text{ والثالث س} + 2 = 7$$

$$\text{للتأكد: } 2(5 + 6 + 7) = 2(18) = 36$$

السؤال التاسع و الخمسون:

أوجد حل جملة المتراجحتين في ح:

$$2س + 1 > 7 - س \quad (1)$$

$$3س + 2 \leq 2س + 3 \quad (2)$$

من المتراجحة الأولى نجد أن: $2س + 1 > 7 - س$ ومنه $س > 2$ ومنه يكون مج₁ = $]-2, \infty[$ ومن المتراجحة الثانية نجد أن: $3س - 2 \leq 3 - س$ ومنه $س \leq 1$ ومنه مج₂ = $]-\infty, 1]$ وتكون مجموعة التعريف المشتركة للمتراجحتين هي مج = مج₁ ∩ مج₂ = $]-1, 2]$

السؤال الستون:

أوجد حل جملة المتراجحتين في ح:

$$8س - 16 < 19 + \frac{15س + 8}{2} \quad (1)$$

$$2(3س - 2) \leq \frac{20س + 3}{4} \quad (2)$$

من المتراجحة الأولى نجد أن: $2(3س + 8) < 19 + 15س + 8$ ومنه $15س + 8 < 16س + 15$ ومنه $8 < 16س - 15س + 8$ ومنه $8 < 16س - 15س + 8$ ومنه $س < 2$ ومنه مج₁ = $]-\infty, 2[$ ومن المتراجحة الثانية نجد أن: $8(3س - 2) \leq 20س + 3$ ومنه $16س - 32 \leq 20س + 3$ ومنه $3 - 24 \leq 3 - 20س$ ومنه $16س - 32 \leq 20س + 3$ ومنه $4 \leq 27 - 4س$

$$س > \frac{-27}{4} \quad \text{ومنه مج}_2 =]-\frac{27}{4}, \infty[$$

مج = مج₁ ∩ مج₂ = \emptyset (لا يوجد مجموعة تعريف مشتركة بين المتراجحتين).

السؤال الواحد و الستين:

احسب أول خمسة حدود من المتوالية الهندسية حيث معلوم لدينا:

$$a_2 = 4 \quad a_5 = 32$$

الحل:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

ومنه:

$$a_2 = a_1 \times r = 4 \quad (1)$$

$$a_5 = a_1 \times r^4 = 32 \quad (2)$$

من (1) لدينا: $r = \frac{4}{a_1}$

$$r = \frac{4}{a_1}$$

نعوض في (2) فيكون لدينا:

$$32 = a_1 \times \left(\frac{4}{a_1}\right)^4 = a_1 \times \frac{256}{a_1^4} = 32$$

$$32 = \frac{256}{a_1^3} \quad \text{ومنه } a_1^3 = \frac{256}{32} = 8 \quad \text{ومنه } a_1 = 2 \quad \text{و } r = 2$$

نعوض فيكون: $a_3 = 2 \times 2^2 = 2 \times 4 = 8$, $a_4 = 2 \times 2^3 = 2 \times 8 = 16$

فتكون الحدود الخمسة هي:

$$2, 4, 8, 16, 32,$$

السؤال الثاني و الستون:

أوجد مجموعة حلول المعادلات التالية في ح:

$$180 = 3س + 2س + 1س$$

$$250 = 3س + 2س + 1س$$

$$200 = 3س + 2س + 1س$$

ما نوع المعادلة التالية: ع = م + س حيث ح ثابت

السؤال الثالث و الستون:

أجب يصح أو خطأ:

١- كل عدد أولي هو عدد حقيقي (خطأ)
٢- يوجد عدد غير منتهي من الأعداد (صح)
٣- يوجد عدد غير منتهي من الأعداد الأولية (صح)
٤- يوجد ضمن المجال المغلق [0..1] عدد غير منتهي من الأعداد (صح)
٥- القاسم المشترك الأعظم لعددين هو أصغر عدد صحيح يقبل القسمة على العددين (خطأ)
٦- يقال عن عددين أنهما أوليان فيما بينهما إذا كان القاسم المشترك الأعظم لهما يساوي 1 (صح)
٧- لا تتغير قيمة كسر إذا إذا قسمنا بسطه و مقامه على عدد لا يساوي الصفر (صح)
٨- تتغير قيمة كسر إذا ضربنا بسطه و مقامه بعدد لا يساوي الصفر (خطأ)
٩- عكس العدد 5 هو $\frac{1}{5}$ (خطأ)
١٠- حاصل قسمة عددين طبيعيين غير معدومين على قاسمهما المشترك الأكبر هما عددان طبيعيين أوليان فيما بينما (صح)
١١- أي عدد س مرفوع للقوة 0 (س ⁰ = 0) يكون الناتج صفر (خطأ).
١٢- المثلث القائم مجموع زواياه 180°. (صح)
١٣- مجموع زوايا أي مثلث هو 180°. (صح)
١٤- يكون مثلثان متشابهان إذا كانت زواياهما بنفس القياس أو أضلاعهما متناسبة (صح)
١٥- يتطابق مثلثان إذا كن لهما نفس الشكل والقياس بحيث تكون الزوايا المتناظرة فيهما متساوية و الأضلاع المتناظرة فيهما متساوية (صح)

اختر الإجابة الصحيحة:

ناتج العملية الحسابية التالية : $2 \div 2 + 2 \times 9 + 5$ هو:

a. 24

b. 15

c. 12.5

d. 29

e. الجواب الصحيح يختلف عما سبق.

اختر الإجابة الصحيحة: قيمة س في المعادلة التالية س³ - س² = 2 علماً أن س = 1 :

a. 3.375

b. 5.0625

c. - 50.89

d. 1

e. الجواب الصحيح يختلف عما سبق.

اختر الإجابة الصحيحة:

أكبر قيمة ممكنة لعدد التباديل لثلاث أعداد هي:

a. $27 = 3^3$ b. $8 = 2^3$ c. $9 = 3 \times 3$ d. $4 = 2 \times 2$

e. الجواب الصحيح يختلف عما سبق.

اختر الإجابة الصحيحة: قيمة س في المعادلة التالية: س² + 4 = 4 - هو:

A. لا يمكن معرفة قيمة س.

B. 8

C. 2

D. -2

E. 3

- السؤال الرابع و الستون:
ليكن لدينا البيان الإحصائي التالي:
20,30,1,2,89,20, و المطلوب:
١- المدى.
٢- المنوال.
٣- المتوسط الحسابي.
٤- الوسيط (الوسط)

الحل:

المدى هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة فيكون المدى = 89 - 1 = 88
المنوال هو العنصر الأكثر تكراراً ومنه المنوال = 20

$$\text{المتوسط الحسابي (المعدل)} = \frac{20+30+1+2+89+20}{6} = \frac{162}{6} = 27$$

لحساب الوسيط نرتب عناصر السلسلة ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً ونأخذ العنصر الواقع في الوسط في حال كان عدد العناصر فردي أما في حال عدد العناصر زوجي نأخذ العنصرين الواقعين في المنتصف ثم نقسم مجموعهما على 2:
نرتب عناصر البيان ترتيباً تصاعدياً: 1,2,20,20,30,89
ومنه الوسيط = $\frac{20+20}{2} = 20$

السؤال الخامس و الستون:

عدنان صحيحان مجموعهما 1 وناتج جداهما يساوي -6 أوجد هذين العددين.
الحل: نفرض العدد الأول س و الثاني ع فيكون س+ع=1 ومنه س=1-ع

$$\text{و س} \times \text{ع} = -6$$

$$\text{نعوض: } (1-ع) \times ع = -6 \text{ ومنه } ع^2 - 6ع - 6 = 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4(-6) = 25 = 5^2 \text{ ومنه يكون لدينا:}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{25} = 5$$

$$ع = \frac{-1 \pm \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-1 \pm 5}{2} = 2 \text{ و هو العدد الثاني فيكون العدد الأول س} = 1 - 2 = -1$$

$$\text{أو } ع = \frac{-1 - \sqrt{\Delta}}{2} = \frac{-1 - 5}{2} = -3 \text{ و هو العدد الثاني فيكون العدد الأول س} = 1 - (-3) = 4$$

السؤال السادس و الستون:

في الشكل المرسوم جانباً:

ل [ء هـ] = 8 و ل [ن د] = 6 و ل [ب هـ] = 4 و ل [ن حـ] = 10 و المطلوب:

١- برهن تشابه المثلثين د ن هـ ، ب حـ ء متشابهان

٢- برهن أن ل [ب حـ] = 2 ل [ن هـ] .

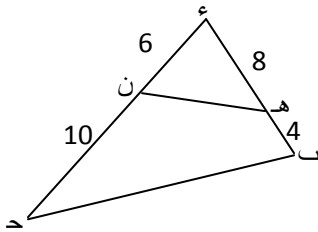
الحل:

$$\text{لدينا الزاوية } \angle \text{ء} \text{ زاوية مشتركة و لدينا } \frac{ل [ن د]}{ل [ء هـ]} = \frac{ل [ب حـ]}{ل [ء هـ]} = \frac{6}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

ومنه المثلثان متشابهان.

$$\text{الضلعان } د ن \text{ و ب حـ متقابلان ومتناسبان: ومنه } \frac{ل [ن د]}{ل [ب حـ]} = \frac{ل [ن هـ]}{ل [ب هـ]} \text{ ومنه } ل [ب حـ] = 2 ل [ن هـ]$$

$$\text{نسبة تشابه المثلثين هو } \frac{1}{2} \text{ ومنه مساحة المثلث } \triangle \text{ء هـ ن} = \frac{1}{2} \text{ مساحة المثلث } \triangle \text{ء حـ ب}$$



السؤال السابع و الستون:
ليكن لدينا كثيري حدود

$$f(x) = 2x^2 - 5x + 3$$

$$g(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 5$$

والمطلوب:

إيجاد مجموع و فرق وضرب $f(x)$ بـ: $g(x)$ و $cf(x)$ حيث $c=5$.
الحل:

$$f(x)+g(x)=x^3+2x^2-3x^2-5x+2x+3-5=x^3-x^2-3x-2$$

$$f(x)-g(x)=0-x^3+2x^2-(-3x^2)-5x-2x+3-(-5)=-x^3+5x^2-7x+8$$

$$f(x).g(x)=(2x^5-6x^4+4x^3-10x^2-5x^4+15x^3-10x^2+25x+3x^3-9x^2+6x-15)=$$

$$2x^5-11x^4+22x^3-29x^2+31x-15$$

$$c \times f(x)=5 \times (2x^2-5x+3)=10x^2-25x+15$$

السؤال الثامن و الستون:

لدينا $\frac{8(س-2)}{15-س}$ اختزل التركيب الكسرى مع ذكر شروط الاختزال ثم أوجد تا(1-).
الحل:

$$\frac{8(س-2)}{15-س} = \frac{8(س-2)(س+3)}{(س+3)(15-س)}$$

ومنه: مجموعة التعريف = $\{س \neq 3, 5\}$

$$\frac{8(س+3)}{3+س} =$$

$$16 = \frac{8(4)}{2} = (1-)$$

السؤال التاسع و الستون:

حل كل من التعابير التالية إلى عدد من العوامل:

$$\bullet \text{ } 8+س-6$$

$$\text{الحل: } = (4-س)(2-س)$$

$$\bullet \text{ } 9ع-2$$

$$\text{الحل: } = (3-س)(3ع+2)$$

$$\bullet \text{ } 2س+2س-س-س-ب-ح$$

$$\text{الحل: } = 2س(س+ب) - (س+ب) = (س+ب)(2س-1)$$

السؤال السابعون:

أوجد عددين صحيحين مجموعهما 0 ومجموع مربعيهما 1250

الحل: نفرض أن العدد الأول س فيكون الثاني -س

$$س + (-س) = 0 \text{ ومنه } س = س$$

$$س^2 + (-س)^2 = 0$$

$$س^2 + س^2 = 1250$$

$$س^2 = 625$$

$$س = 25$$

إما: $س = 25$ وهو العدد الأول فيكون الثاني -س = -25

أو $س = -25$ وهو العدد الأول فيكون الثاني -س = 25

و هو المطلوب.

السؤال الواحد و السبعون:

أوجد عددين طبيعيين مجموعهما 42 و ناتج قسمة العدد الكبير على العدد الصغير يساوي 5 .
الحل: نفرض العدد الكبير س و الصغير ع فيكون:
س+ع=42 ومنه س=42-ع
س ÷ ع=5 نعوض (42-ع) ÷ ع = 5 ومنه 42=ع6 ومنه
ع = $\frac{42}{6} = 7$ و هو العدد الصغير فيكون الكبير س=42-ع = 7-42= 35 وهو المطلوب.

السؤال الثاني و السبعون:

أوجد ناتج التعبيرات الرياضية التالية:

لدينا س=2 و ع=3 و ص=1

$$1 - 1 - 1 = \text{س} \times \text{ع} \div \text{ص} =$$

$$2 - 2 = \text{س} \div \text{ع} \div \text{ص} =$$

$$3 - 3 = (\text{س})^2 + \text{ع} + \text{ص} =$$

$$4 - 4 = \text{س} - \text{ع} - \text{ص} =$$

$$5 - 5 = \text{س} - \text{ع} - \text{ص} =$$

الحل:

$$1 - 6$$

$$2 - \frac{2}{3}$$

$$3 - 65$$

$$4 - 7$$

$$5 - 2$$

السؤال الثالث و السبعون:

لدينا 5 كرات ثلاثة كرات لونها سوداء و كرتان لونها أحمر موضعين ضمن صندوق و المطلوب

1- ما هو احتمال سحب كرة سوداء من الصندوق.

2- ما هو احتمال سحب كرة واحدة (لا يشترط اللون) من الصندوق

الحل: نفرض أن الحدث س هو احتمال سحب كرة سوداء فيكون:

$$\text{احتمال(س)} = \frac{3}{5} = 0.6 \text{ و هو المطلوب.}$$

نفرض أن ص حدث سحب كرة ما من الصندوق فيكون:

$$\text{احتمال(ص)} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ و هو المطلوب.}$$

ملاحظة: في علم للاحتمالات مجموع الحدث ونفي الحدث مجموعهما دائماً واحد.

السؤال الرابع و السبعون:

عددان صحيحان يزيد أحدهما على الآخر بمقدار 16 . إذا علمت أن مربع العدد الصغير يزيد على العدد الكبير

بمقدار 26 فأوجد هذين العددين.

الحل:

نفرض العدد الصغير س فيكون العدد الكبير س+16

$$\text{ولدينا: } \text{س}^2 = \text{س} + 16 + 26$$

$$\text{س}^2 - \text{س} - 42 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(1)(-42) = 169 = 168 + 1 \text{ ومنه يكون لدينا:}$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$$

$$\text{ومنه: } \text{س}_1 = \frac{-(-1) + \sqrt{\Delta}}{2(1)} = \frac{1 + 13}{2} = 7 \text{ و هو العدد الصغير فيكون العدد الكبير } \text{س}_2 = 16 + 7 = 23 .$$

أو: $s = \frac{12}{2} = 6$ وهو العدد الصغير فيكون العدد الكبير $s = 16 + 6 = 22$
وهو المطلوب.

السؤال الخامس والسبعون:

اكتب ص بالشكل: $\frac{p}{q} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ حيث $\sqrt{32} = \sqrt{2} + \sqrt{50} + \sqrt{18}$

الحل:

$$\sqrt{32} = \sqrt{2} + \sqrt{50} + \sqrt{18} = \sqrt{2 \times 16} + \sqrt{2 \times 25} + \sqrt{2 \times 9} = \sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

$$\sqrt{32} = (3+10-4)\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

وهو المطلوب.

السؤال السادس والسبعون:

عين الثابت ط ليكون للمعادلة $s^2 - (2-ط)s + 1 = 0$ جذر مضاعف وأوجد الجذر في هذه الحالة.

الحل: $s^2 - (2-ط)s + 1 = 0$

$$\Delta = (2-ط)^2 - 4 = 0$$

$$0 = ط^2 - 4ط + 4 - 4 = ط^2 - 4ط$$

$$0 = ط(ط - 4)$$

$$0 = ط - 4$$

$$ط = 4$$

$$0 = \frac{1}{16} + س + \frac{1}{2} + س^2$$

$$0 = \frac{1}{8} + س + س^2$$

$$\Delta = (1)^2 - 4 \left(\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Delta = 1 - 1 = 0$$

$$س = \frac{1-0}{2} = \frac{1}{2} = س = \frac{1-0}{2}$$

وهو المطلوب.

السؤال السابع والسبعون:

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين التاليتين $p(3, 4)$ ، $b(5, -1)$

$$\text{الميل المستقيم} = \frac{-1-4}{5-3} = \frac{-5}{2} = -\frac{5}{2}$$

وهو المطلوب.

السؤال الثامن والثمانون:

أوجد العدد الثابت ح ليكون العدد 4 جذراً للمعادلة $s^2 - حs + 0 = 0$ ثم أوجد الجذر الآخر.

السؤال الثامن والثمانون:

اشتغل عامل عدة أيام فكانت أجرته عن هذه الأيام 1512.5 ل.س و لو اشتغل 6 أيام أخرى لكانت أجرته عن الأيام

كلها 2337.5 ل.س و المطلوب:

١- احسب أجره هذا العامل في اليوم.

٢- احسب عدد الأيام التي اشتغل فيها العامل.

الحل:

$$2337.5 - 1512.5 = 825$$

$$\frac{825}{6} = 137.5 \text{ ل.س وهو أجره العامل في اليوم.}$$

$$\text{عدد الأيام التي عمل بها العامل} = \frac{1512.5}{137.5} = 11 \text{ يوم.}$$

المهندس خالد ياسين الشيخ (كلية الهندسة المعلوماتية بجامعة دمشق)
(اللهم صلي وسلم على سيدنا محمد و على آله و صحبه أجمعين)