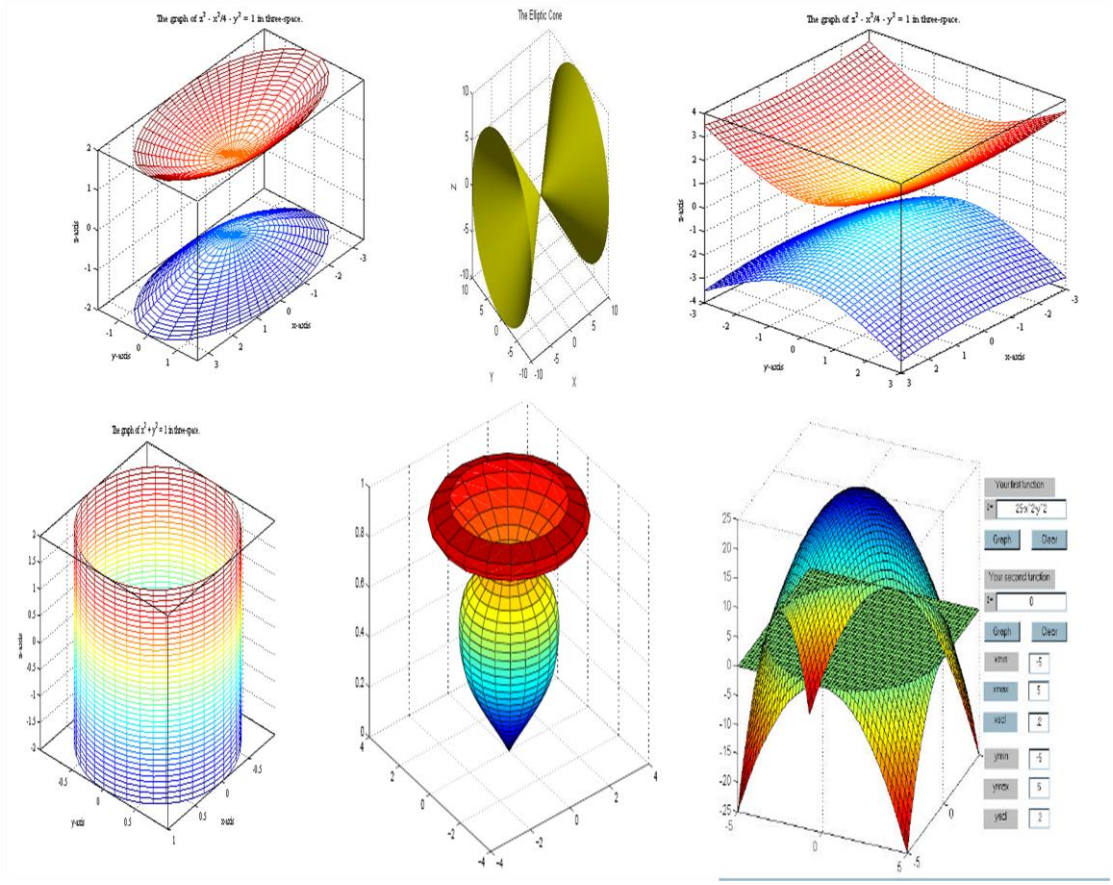
واجب تحليل عددي متقدم (Broyden)

جـامعـة صنعـاء

كلية العلوم

قسم الرياضيات



الاسم:- سهام علي يحيي عامر

سنة:- رابع

قسم:- الرياضيات (حاسوب)

المادة:- تحليل عددي متقدم

كود البرنامج دخل Editor

Editor - C:\Users\LG\Desktop\Broyden1.m

File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help

```
function Broyden1 (F,n,X,tol,N) %اسم الدالة(المدخلات)=اسم المتغيرالذي ترجع الية نتائج
format short g;
if n==3
v = feval(inline(F),X(1),X(2),X(3));
syms x y z                                  %عدد المتغيرات
J = jacobian(F, [x,y,z]);                                %المدخلات هي:-
A0 = feval(inline(J),X(1), X(2),X(3));  %مجموعة المعدلات او النظام
A = inv(A0);                        %مصفوفة الجاكوبية للنظام السابق
S = -A*v;                                %مصفوفة القيمة الابتدائية
X = X + S;                                        %مقدار الدقةtol
ss=1;                                        %عدد التكرارت الازمة n
disp('@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@');
disp(' i    x(1)    x(2)    x(3)     ||x-x0||');
disp('@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@');
disp([ss X' norm(S)]);
ss = 2;
while (ss<=N)
w = v;
v = feval(inline(F),X(1),X(2),X(3));
y = v - w;
z = -A*y;
ps = -S'*z;
U = S' * A;
A = A + (1/ps)*((S + z) * U);
```

Editor - C:\Users\LG\Desktop\Broyden1.m

File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help

```
S = -A*v;
X = X + S;
disp([ss X' norm(S)]);
if norm(S)<tol
breAAss;
end;
ss = ss + 1;
end;
else if n==2
v = feval(inline(F),X(1), X(2));
syms x y
J = jacobian(F, [x,y]);
A0 = feval(inline(J),X(1), X(2));
A = inv(A0);
S = -A*v;
X = X + S;
ss=1;
disp('@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@');
disp(' I    x(1)    x(2)     ||x-x0||');
disp('@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@');
disp([ss X' norm(S)]);
ss = 2;
while (ss<=N)
w = v;
```

```
v = feval(inline(F),X(1),X(2));
y = v - w;
z = -A*y;
ps = -S'*z;
U = S' * A;
A = A + (1/ps)*((S + z) * U);
S = -A*v;
X = X + S;
disp([ss X' norm(S)]);
if norm(S)<tol
breass;
end;
ss = ss + 1;
end;
else if n==4
v = feval(inline(F),X(1),X(2),X(3),X(4));
syms x y z s
J = jacobian(F, [x,y,z,s]);
A0 = feval(inline(J),X(1),X(2),X(3),X(4));
A = inv(A0);
S = -A*v;
X = X + S;
ss=1;
disp('@@@
```

Exercise Set 10.3

Q:1 Use Broyden 's method with $\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{0}$ to compute $\mathbf{x}^{(2)} = \mathbf{0}$ for each of the following nonlinear system.

a. $4x_1^2 - 20x_1 + \frac{1}{4}x_2^2 + 8 = 0$.

$\frac{1}{2}x_1x_2^2 + 2x_1 - 5x_2 + 8 = 0$.

A.a\

```
>> syms x y z
 F = [4*x^2-20*x+y^2/4+8;(x*y^2)/2+2*x-5*y+8];
 Broyden1(F,2,[0;0],10^-7,2)
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
 I     x(1)      x(2)       ||x-x0||
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
             1           0.4          1.76        1.8049

             2       0.47779        1.9274        0.1846
```

ans =

The solution is

X =

0.4778

1.9274

---

c. $3x_1 - \cos(x_2x_3) - \frac{1}{2} = 0$.

$4x_1^2 - 625x_2^2 + 2x_2 - 1 = 0$.

$e^{-x_1x_2} + 20x_3 + \frac{10\pi - 3}{3} = 0$.

```
>> syms x y z
F = [3*x-cos(y*z)-0.5;4*x^2-625*y^2+2*y-1;exp(-x*y)+20*z+((10*pi-3)/3)]
Broyden1(F,3,[0;0;0],10^-6,2)
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
 i     x(1)      x(2)      x(3)       ||x-x0||
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
             1           0.5           0.5       -0.5236       0.87986

             2       0.50023       -1.0803       -0.52382        1.5803

>>
```

ans =
The solution is
X =
0.5002
-1.0803
-0.5238

Q:3\Use Broyden's method to find a solution to the following nonlinear system. Iterate until $\left\|\boldsymbol{x}^{(k)}-\boldsymbol{x}^{(k-1)}\right\|_{\infty}<\mathbf{10}^{-6}$.

a. $\mathbf{3}\boldsymbol{x}_{\mathbf{1}}^{\mathbf{2}}-\boldsymbol{x}_{\mathbf{2}}^{\mathbf{2}}=\mathbf{0}$.
$\mathbf{3}\boldsymbol{x}_{\mathbf{1}}\boldsymbol{x}_{\mathbf{2}}^{\mathbf{2}}-\boldsymbol{x}_{\mathbf{1}}^{\mathbf{3}}-\mathbf{1}=\mathbf{0}$.
Use $\boldsymbol{x}^{(\mathbf{0})}=(\mathbf{1},\mathbf{1})^{t}$.

A.a\

```
>> syms x y z
 F = [3*x^2-y^2;3* x*y^2-x^3-1];
 Broyden1(F,2,[1;1],10^-6,20)
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
 I     x(1)     x(2)      ||x-x0||
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
              1       0.61111       0.83333         0.4231

              2       0.52294       0.82435        0.08863

              3       0.49457       0.84066       0.032724

              4       0.49567       0.85471       0.014094

              5       0.49964       0.86523       0.011236

              6           0.5       0.86602    0.00086743

              7           0.5       0.86603   8.9164e-006

              8           0.5       0.86603   2.6691e-007
```

ans =
The solution is
X =
0.5
0.86603 ,2.66

c. $x_1^3 + x_1^2 x_2 - x_1 x_3 + 6 = 0$.

$e^{x_1} + e^{x_2} - x_3 = 0$.

$x_2^2 - 2x_1 x_3 = 4$.

Use $x^{(0)} = (-1, -2, 1)^t$.

```
>> syms x y z
 F = [x^3+x^2*y-x*z+6;exp(x)+exp(y)-z;y^2-2*x*z-4];
 Broyden1(F,3,[-1;-2;1],10^-6,25)
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
 i    x(1)    x(2)    x(3)     ||x-x0||
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
           1     -1.6367     -1.5143     0.33471       1.0411

           2     -1.4036     -1.6799     0.45517       0.3103

           3     -1.4577     -1.6575     0.42485     0.065958

           4     -1.4574     -1.6619     0.42272    0.0049504

           5     -1.4559     -1.6644      0.4225    0.0028874

           6      -1.456     -1.6642     0.42249   0.00020362

           7      -1.456     -1.6642     0.42249  5.1554e-006

           8      -1.456     -1.6642     0.42249  1.2498e-007
```

ans =

The solution is

X =

-1.4560

-1.6642

0.4225

Q:4\Use Broyden's method to approximate solutions to the following nonlinear systems. Iterate until $\left\|x^{(k)} - x^{(k-1)}\right\|_\infty < 10^{-6}$.

a. $x_1(1 - x_1) + 4x_2 = 12$
$(x_1 - 2)^2 + (2x_2 - 3)^2 = 25$.

```
>> syms x y
 F = [x*(1-x)+4*y-12;(x-2)^(2)+(2*y-3)^(2)-25];
 Broyden1(F,2,[1;1],10^-6,25)
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
 I     x(1)     x(2)      ||x-x0||
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
            1      -9.3333      0.41667        10.35

            2       -8.952       22.949       22.535

            3       2.0625       0.6255       24.893

            4       3.1386       1.0419       1.1539

            5      -2.3393     -0.83549       5.7907

            6       11.458       4.9921       14.978

            7      -5.9722      -2.2394       18.871

            8      -28.019      -12.329       24.246

            9      -4.4043      -1.1912       26.109

           10      -3.4298     -0.29321       1.3251

           11      -1.1332       2.6692       3.7484

           12     -0.75404       3.4187      0.83998

           13     -0.78165       3.4262     0.028604

           14       -1.007       3.4951      0.23565

           15     -0.99003       3.4972     0.017095

           16     -0.99695        3.499    0.0071468

           17     -0.99983       3.4999    0.0030173

           18           -1          3.5    0.0001779

           19           -1          3.5  4.4122e-006

           20           -1          3.5  2.7524e-008
```

c. $15x_1 + x_2^2 - 4x_3 = 13$.
$x_1^2 + 10x_2 - x_3 = 11$.
$x_2^3 - 25x_3 = -22$.

A.c\

```
>> syms x y z
 F= [15*x+y^2-4*z-13;x^2+10*y-z-11;y^3-25*z+22];
 Broyden1(F,3,[-1;-2;1],10^-6,25)

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
 i    x(1)    x(2)    x(3)     ||x-x0||
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
            1       2.2889        1.901       2.4325       5.2997

            2        1.007      0.82726        1.108       2.1332

            3       1.1019       1.0627      0.97727      0.28552

            4       1.0509       1.0759      0.93528     0.067355

            5        1.038       1.0833      0.93196     0.015227

            6       1.0364       1.0857      0.93116    0.0030101

            7       1.0364       1.0857       0.9312   4.484e-005

            8       1.0364       1.0857      0.93119  1.5406e-005

            9       1.0364       1.0857      0.93119  8.8804e-008
```

ans =
The solution is
X =
1.0364
1.0857 , 0.9312

d. $\mathbf{10x_1 - 2x_2^2 + x_2 - 2x_3 - 5 = 0}$.

$\mathbf{8x_2^2 + 4x_3^2 - 9 = 0}$.

$\mathbf{8x_2x_3 + 4 = 0}$.

A.d\

```
>> syms x y z
 F= [10*x-2*y^2+y-2*z-5;8*y^2+4*z^2-9;8*y*z+4];
 Broyden1(F,3,[0.5;0.5;0.5],10^-6,25)
@@@
```

6. $4x_1 - x_2 + x_3 = x_1x_4$.
$-x_1 + 3x_2 - 2x_3 = x_2x_4$.
$x_1 - 2x_2 + 3x_3 = x_3x_4$.
$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1$.

```
>> syms x y z s
 F= [4*x-y+z-x*s;-x+3*y-2*z-y*s;x-2*y+3*z-z*s;x^2+y^2+z^2-1];
 Broyden1(F,4,[1;0;1;0],10^-6,25)
@@@
```

8	3.9993	-2.0644	-1.6136	0.49809	7.4986
9	7.5156	-5.3052	-5.0604	2.0906	6.1061
10	3.9458	-1.5187	-0.52729	0.76763	7.0271
11	3.6518	-1.4776	-0.94121	0.18312	0.77529
12	3.5377	-1.3234	-0.66343	0.50394	0.46571
13	3.3554	-1.1654	-0.58991	0.49292	0.25242
14	3.1306	-0.92284	-0.4726	0.42792	0.35693
15	3.0257	-0.81722	-0.41533	0.41342	0.16011
16	3.0183	-0.81607	-0.40925	0.40937	0.010514
17	2.8715	-0.76374	-0.37368	0.40413	0.15989
18	3.0041	-0.81425	-0.40718	0.40873	0.14588
19	3.0026	-0.81539	-0.40772	0.40856	0.0020234
20	2.9995	-0.81676	-0.40835	0.40821	0.0034001
21	3	-0.81652	-0.40826	0.40825	0.00050619
22	3	-0.8165	-0.40825	0.40825	2.5112e-005
23	3	-0.8165	-0.40825	0.40825	8.1921e-006
24	3	-0.8165	-0.40825	0.40825	6.4863e-007

$$6.4 - x_1 + x_2 - x_3 = x_1x_4 .$$
$$+x_1 - 3x_2 + 2x_3 = x_2x_4.$$
$$-x_1 + 2x_2 - 3x_3 = x_3x_4.$$
$$-x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 = 1 .$$

```
>> syms x y z s
F= [4*(-x)-(-y)+(-z)-(-x)*(-s);-(-x)+3*(-y)-2*(-z)-(-y)*(-s);(-x)-2*(-y)+3*(-z)-(-z)*(-s);(-x)^2+(-y)^2+(-z)^2-1];
Broyden1(F,4,[-1;0;-1;0],10^-6,5)

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
 i   x(1)    x(2)    x(3)    x(4)   ||x-x0||
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
    1    -1     0    -2     0     1

  Columns 1 through 5

          2          -1           3          -3           0

  Column 6

      3.1623

  Columns 1 through 5

          3      -1.6667       1.2222     -0.55556           0


  Columns 1 through 5

            3       -1.6667        1.2222      -0.55556             0

  Column 6

       3.0952

  Columns 1 through 5

            4       -3.0388        1.8107      0.026361       0.42028

  Column 6

       1.6566

  Columns 1 through 5

            5       -3.7342        1.8479       0.79392      -0.71603

  Column 6

       1.5379
```