الفصل الثالث

حل تمارين (1 - 3)

س١/ حلل كلا مما يأتي في ابسط صورة :

1) $x^3 - 125 = (x-5)(x^2+5x+25)$

2) $8 + 27y^3 = (2+3y)(4-6y+9y^2)$

3) $a^3 - 64b^3 = (a-4b)(a^2-4ab+16b^2)$

4) $3x^3 + 81y^3 = 3(x^3+27y^3) = 3(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$

5) $2xy^4 + 81x^4y = 2xy(y^3+8x^3)$

$= 2xy(y+2x)(y^2-3xy+9y^2)$

6) $\frac{8}{27}a^2 - 1 = (\frac{2}{3}a - 1)(\frac{4}{9}a^2 + \frac{2}{3}a + 1)$

7) $\frac{1}{5} + 25Z^3] \times 5 = (1+125Z^3)$

$= (1+5Z)(1-5Z+25Z^2)$

8) $100a^3 - b^3 = (10a-b)(100b^2+10ab+b^2)$

9) $x^6 + y^6 = (x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^2)$

10) $32 - \frac{1}{2}a^3 = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}(64-a^3)$

$= \frac{1}{2}(4-a)(16+4a+a^2)$

11) $x^3 + x^9 = x^3(x^2+1)$

$= x^3(x^2+1)(x^4-x^2+1)$

12) $3x^3 + \frac{1}{9}y^3 = \frac{1}{9}(27x^3+y^3)$

$= \frac{1}{9}(3x+y)(9x^2-3xy+y^2)$

13) $x^4 - x = x(x^3-1)$

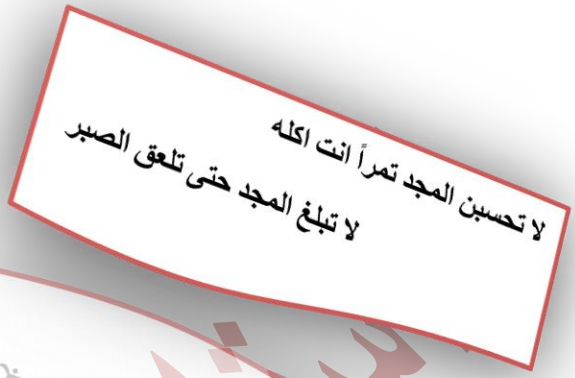
$= x(x-1)(x^2+x+1)$

14) $0.064x^3 - 0.027y^3 = (0.4x-0.3y)(0.16x^2+0.12xy+0.09y^2)$

الأستاذ علي جويعد المالكي

الفصل الثالث

حل تمارين (2 - 3)



1) $x^2 + 6x + 8 = (x + 4)(x + 2)$

2) $x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$

3) $x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$

4) $4x^2 + 21x + 27 = (4x + 9)(x + 3)$

5) $x^2 + 11x - 80 = (x + 16)(x - 5)$

6) $4x^2 - 4x - 15 = (2x + 3)(2x - 5)$

7) $6x^2 - 7x - 20 = (3x + 4)(2x - 5)$

8) $x^2 + 20x + 100 = (x + 10)(x + 10)$

9) $16x^2 + 8x + 1 = (4x + 1)(4x + 1)$

10) $4x^2 - 12yx + 9y^2 = (2x - 3y)(2x - 3y)$

س٢:- بين اي الحدوديات الاتية تمثل مربعا كاملا:-

1) $x^2 - 18x + 81$

$bx = \mp 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bx = -(2)\sqrt{(x^2)(81)}$

$= -(2)(x)(9) \Rightarrow -18x$ الوسط الحد

2) $x^2 - 7x + 49$

$bx = \mp 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$= -2\sqrt{(x^2)(49)} \Longrightarrow (-2)(x)(7) = -14x \neq$ الحد الاوسط

3) $4x^2 + 25 - 12x = 4x^2 - 12x + 25$

$bx = \mp 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$= -2\sqrt{(4x^2)(25)} \implies (-2)(2x)(5) = -20x \neq$ الحد الوسط

4) $4x^2 - 25 - 20x = 4x^2 - 20x - 25$

الحدودية ليسه مربعا كاملا لان اشارة الحد الثالث سالبة (-)

5) $8x^2 - 40x + 50 = 2(4x^2 - 20x + 25)$

$bx = \mp 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$= -2\sqrt{(4x^2)(25)} \implies (-2)(2x)(5) = -20x =$ الحد الوسط

6) $-x^2 - 2xy - y^2 \implies -(x^2 + 2xy + y^2)$

بأخذ العامل المشترك (-) السالب من المعادلة

$bx = \mp 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$bx = +2\sqrt{(x^2)y^2} \implies 2xy =$ الحد الوسط

س٣:- اكمل الحدوديات لتصبح مربعا كاملا ؟

1) ……$-32x + 64$

$bx = \mp 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

$-32x = -2\sqrt{ax^2)(46)}$

$-32x = -(2)(8)\sqrt{ax^2}$

- نقسم على معامل الجذر (16-)
- نربع الطرفين لنحصل على الحد الاول

$4x^2 = ax^2$ الحد الاول

$4x^2 - 32x + 64 = (2x - 8)^2$

2) $x^2 - 12x +$ ……

$$bx = \mp 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$-12x = -2\sqrt{x^2)(c)}$$

$$-12x = -2x\sqrt{c}$$

$$36 = c$$

- نقسم على معامل الجذر (-2x)
- نربع الطرفين لنحصل على الحد الثالث

طريقة حل

$$(x^2 - 12x + 36) = (x - 6)^2$$

3) $25x^2 - \ldots\ldots + 9y^2$

$$bx = \mp 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$bx = -2\sqrt{(25x^2)(9y^2)}$$

$$bx = (-2)(5x)(3y) \implies bx = 30xy$$

$$25x^2 - 30xy + 9y^2 = (5x - 3y)^2$$

4) $\ldots\ldots + 24ab + 36b^2$

$$bx = \mp 2\sqrt{(ax^2)(c)}$$

$$24ab = 2\sqrt{(ax^2)(36\,b^2)}$$

$$24ab = (2)(6)(b)\sqrt{(ax^2)}$$

- نقسم على معامل الجذر 12 b)
- نربع الطرفين لنحصل على الحد الاول

$$4a^2 = ax^2$$

$$4a^2 + 24ab + 36b^2 = (2a + 6b)^2$$

طريقة ايجاد الحد المفقود لي الاول و الثالث

١- نكتب قانون الحد المقود

٢- نعوض عن الحدود المعلومة

ا- اذا كان الحد الاول مفقود نعوض عن قيمة الحد الوسط و الحد الثالث في قانون الحد المفقود

ب- اذا كان الحد الثالث مفقود نعوض عن قيمة الحد الوسط و الحد الاول في قانون الحد المفقود

٣- نستخرج قيم الجذر(الحد الاول او الحد الثالث)

٤- نبقي الحد المفقود داخل الجذر

٥- نقسم على معامل الجذر مع الاشارة ان وجده

٦- نربع للتخلص من الجذر الطرفين لنحصل على القيمة المطلوبة

س٤:- حدد الاجابة الصحيحة عما يأتي ؟

1) b 2) b

س٥:- جد (L C M) و (G C F) للحدودية الاتية .

1) x^3+y^3 , x^2+xy , x^3-xy^2

$x^3+y^2=(x+y)(x^2-xy+y^2)$ ……*

$x^2+xy=x(x+y)$ ……*

$x^3-xy^2=x(x^2-y^2)$

$=x(x+y)(x-y)$ ……*

$GCF=(x+y)$, $LCM=x^2(x^2-xy+y^2)(x-y)(x+y)$

2) x^4-16 , x^4+8x^2+16 , x^6+64

$x^4-16=(x^2-4)(x^2+4)$ ……*

$x^4+8x^2+16=(x^2+4)^2$ ……*

$x^6+64=((x^2)^3+(4)^3)$

$=(x^2+4)$ ……*

$GCF=(x^2+4)$, $LCM=(x^2+4)^2(x^2-4)\ (x^2-4x^2+16)$

3) $3x^2-3x^2y^2$, $5x+5xy$, $x-xy-2xy^2$

$3x^2-3x^2y^2=3x^2(1-y^2)$

$=3x^2(1+y)$ ……*

$5x+5xy=5x(1+y)$ ……*

$x-xy-2xy^2=x(1-y-2y^2)$

$=x(1+y)(1-2y)$. ……*

$GCF=x(1+Y)$, $LCM=15x(1-y)(1+y)(1-2y)$

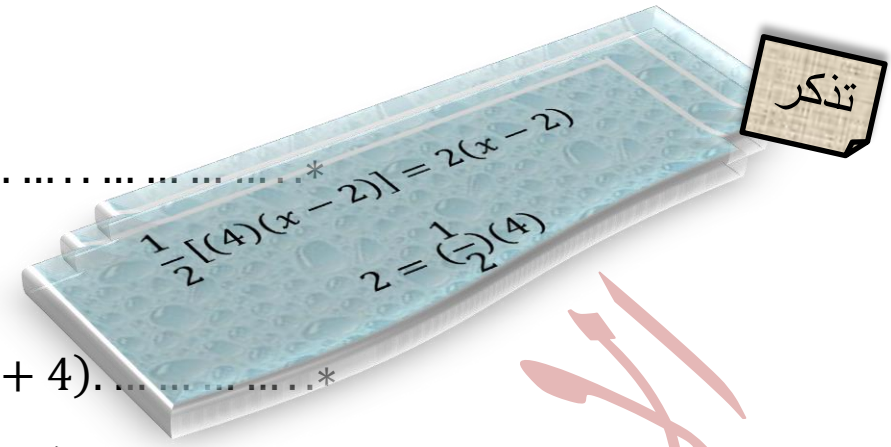
4) $\frac{1}{2}x^2-2$, $2x^3-16$, $3x^2-x-10$

$\frac{1}{2}x^2 - 2 = \frac{1}{2}(x^2 - 4)$

$= \frac{1}{2}(x-2)(x+2)$ ……*

$2x^3 - 16 = 2(x^3 - 8)$

$= 2(x-2)(x^2+4x+4)$. ……*



$3x^2 - x - 10 = (x-2)(3x+5)$ ……*

$GCF = (x-2)$, $LCM = \frac{1}{2}(2)(x-2)(x+2)(x^2+4x+4)(3x+5)$

5) $(5x^2-3x)^3$, $5x^2+7x-6$, $10x^2-6x$

$(5x^2-3x)^3 = x^3(5x-3)^3$. ……*

$5x^2+7x-6 = (5x-3)(x+2)$. ……*

$10x^2-6x = 2x(5x-3)$. ……*

$GCF = (5x-3)$, $LCM = 2x^4(x+2)(5x-3)^3$

6) $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$. ……*

$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2+xy+y^2)$. ……*

$(x-y)^4 = (x-y)^4$. ……*

$7x - 7y = 7(x-y)$. ……*

$GCF = (x-y)$, $LCM = 7(x+y)(x^2+xy+y^2)(x-y)^4$

اللعبة مع الرياضيات -١-

١-اختر أي عدد مكون من رقمين

٢- بدل مكان الرقمين لتحصل على عدد جديد

٣-أطرح العدد الأصغر من العدد الأكبر

؟ - هل باقي الطرح يقبل القسمة على ٩

-كرر نفس الخطوات السابقة وذلك بعد اختيار عدد آخر ..... ماذا تلاحظ ؟

اللعب مع الرياضيات -٢-

اختر عدداً مكون من رقمين

١- كرر نفس الرقمين بنفس الترتيب
٢- اقسم العدد الأخير على ١٠١

-ماذا تلاحظ على ناتج القسمة

من عجائب الرياضيات

اضرب

٧٣ في عمرك في ١٣٨٣٧
وستدهشك النتيجة

حل تمارين (3 - 3)

س١:- بسط كلا مما يأتي

1) $\frac{x^3+8}{x^3-2x^2+4x} = \frac{(x+2)(x^2-2x+4)}{x(x^2-2x+4)} \Longrightarrow \frac{(x+2)}{x}$

2) $\frac{x^2-y^2}{x^2-xy-2y^2} = \frac{(x-y)(x+y)}{(x-2y)(x+y)}$

$$= \frac{(x-y)}{(x-2y)}$$

3) $\frac{12-4x}{x^2-2x-3} = \frac{-4(x-3)}{(x-3)(x+1)}$

$$= \frac{-4}{(x+1)}$$

4) $\frac{x(2x-1)-1}{x(x-1)} = \frac{2x^2-x-1}{x(x-1)}$

$$= \frac{(x-1)(2x+1)}{x(x-1)}$$

$$= \frac{(2x+1)}{x}$$

س٢:- جد ناتج كل مما يأتي في ابسط صور

1) $\frac{x^2+7x-8}{x-1} \cdot \frac{x^2-4}{x^2+6x-16} = \frac{(x+8)(x-1)}{(x-1)} \cdot \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+8)}$

$$= (x+2)$$

2) $\frac{x^2+9x+20}{x^2+5x-24} \div \frac{x^2+15x+56}{x^2+x-12} = \frac{(x+4)(x+5)}{(x+8)(x-3)} \cdot \frac{x^2+x-12}{x^2+15x+56}$

الأستاذ علي جويعد المالكي

$$\frac{(x+4)(x+5)}{(x+8)(x-3)} \cdot \frac{(x+4)(x-3)}{(x+7)(x+8)} = \frac{(x+5)(x+4)^2}{(x+7)(x+8)^2}$$

$$3)\ \frac{x^2+x+1}{x^4-x} - \frac{x+3}{x^2+2x-3} = \frac{x^2+x+1}{x(x^3-1)} - \frac{(x+3)}{(x+3)(x-1)}$$

$$\frac{(x^2+x+1)}{x(x-1)(x^2+x+1)} - \frac{1}{(x-1)} = \frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{(x-1)} \Rightarrow \frac{-(x-1)}{x(x-1)} = \frac{-1}{x}$$

$$4)\ \frac{x^2+4x-21}{x^2+14x+49} \div \frac{x-7}{2x^2-98} = \frac{(x+7)(x-3)}{(x+7)(x+7)} \cdot \frac{2(x^2-49)}{(x-7)}$$

$$\frac{(x-3)}{(x+7)} \cdot \frac{2(x+7)(x-7)}{(x-7)} = 2(x-3)$$

$$5)\ (x^2-xy-2y^2) \div [\frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2} \cdot (x^3-8y^3)]$$

$$= (x-2y)(x+y) \div \left[\frac{(x-y)(x+y)}{(x-2y)(x-y)} \cdot (x-2y)(x^2+2xy+4y^2)\right]$$

$$= (x-2y)(x+y) \cdot \frac{1}{(x+y)(x^2+2xy+4y^2)}$$

$$= \frac{(x-2y)}{(x^2+2xy+4y^2)}$$

$$6)\ \left[\frac{x^2-2xy+y^2}{x-y} \cdot \frac{x+y}{x-y}\right] \div \left[\frac{x^2-y^2}{x^2}\right]$$

$$= \left[\frac{(x-y)(x-y)}{(x-y)} \cdot \frac{(x+y)}{(x-y)}\right] \cdot \left[\frac{x^2}{x^2-y^2}\right]$$

$$(x+y)\left[\frac{x^2}{(x-y)(x+y)}\right]=\frac{x^2}{(x-y)}$$

$$7)\ \frac{3}{(x-1)}+\frac{2}{(x+3)}+\frac{8}{(x^2+2x-3)}=\frac{3}{(x-1)}+\frac{2}{(x+3)}+\frac{8}{(x+3)(x-1)}$$

$$=\frac{3(x+3)}{(x+3)(x-1)}+\frac{2(x-1)}{(x+3)(x-1)}+\frac{8}{(x+3)(x-1)}$$

$$=\frac{3(x+3)+2(x-1)+8}{(x+3)(x-1)}\Rightarrow\frac{3x+9+2x-2+8}{(x+3)(x-1)}$$

$$=\frac{5x+15}{(x+3)(x-1)}\Longrightarrow\frac{5(x+3)}{(x+3)(x-1)}=\frac{5}{(x-1)}$$

$$8)\ \frac{x-3}{x-1}+\frac{5x-15}{(x-3)^2}-\frac{3x+1}{x^2-4x+3}$$

$$\frac{x-3}{(x-1)}+\frac{5(x-3)}{(x-3)(x-3)}-\frac{(3x-1)}{(x-3)(x-1)}$$

$$=\frac{(x-3)(x-3)}{(x-3)(x-1)}+\frac{5(x-1)}{(x-3)(x-1)}-\frac{(3x-1)}{(x-3)(x-1)}$$

$$=\frac{(x-3)(x-3)+5(x-1)-(3x-1)}{(x-3)(x-1)}$$

$$=\frac{x^2-3x-3x+9+5x-5-3x+1}{(x-3)(x-1)}$$

$$=\frac{x^2-4x+3}{(x-3)(x-1)}$$

$$\frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x-1)}=1$$

$$9)\ \left[\frac{x^3+27}{(x+3)} \div \frac{x^3-3x^2+9x}{x^2}\right] \div x$$

$$= \left[\frac{(x+3)(x^2-3x+9)}{(x+3)} \cdot \frac{x^2}{x(x^2-3x+9)}\right] \div x$$

$$= \left[\frac{(x^2-3x+9)}{1} \cdot \frac{x^2}{x(x^2-3x+9)}\right] \div x$$

$$(x) \cdot \frac{1}{x} = 1$$

$$10)\ \frac{4x^2-1}{4x^2-4x+1} + 1$$

$$\frac{(2x-1)(2x+1)}{(2x-1)(2x-1)} + 1 = \frac{(2x+1)}{(2x-1)} + \frac{(2x-1)}{(2x-1)}$$

$$\frac{(2x+1)+(2x-1)}{(2x-1)} = \frac{2x+1+2x-1}{(2x-1)}$$

$$= \frac{4x}{(2x-1)}$$

الأستاذ علي جويعد المالكي